長倉ゼミ　入ゼミテスト

名前 ___________________　学籍番号 ______________________

[数学]

(1) (3 点) 方程式 $1 - 1.5x + 0.5x^2 = 0$ の 2 つの異なる解を全て答えなさい。

(1)

(2) (3 点) 関数 $f(x) = \exp(x+2)$の逆関数 $f^{-1}(x)$ を答えなさい。

(2)

(3) (4 点) $f(x) = x^2 \log(x-2)$ $(x > 2)$の $x = 3$ での接線は $g(x) = ax + b$ で与えられるとする。変数 a と b の値を答えなさい。

(3)

(4) (4 点) 2 変数関数 $f(x, y) = (x^2 + 3y + 1)^2$ の x についての偏導関数を答えなさい。

(4)

(5) (4 点) 「関数 $f(x) = \log(1+\exp(-x^2 + 2x - 1))$ は、$x =$ (A) で (B)点をとり、その値は (C)である。」この文章の(A), (C) にはいる数字と(B)に入る言葉が「極大」か「極小」のどちらか答なさい。

(5)

(6) (A:4 点, B:4 点) 次の(A)と(B)の積分を計算しなさい。

(A) $\int_1^2 x^2 \log(x)\,\mathrm{d}x$,　(B) $\int_0^1 2x[\exp(x^2)]^2\,\mathrm{d}x$

(6)の答え (A) ________________________________(B)________________________________

(7) (3 点) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = x$ の時、x はいくつになるか答えなさい。

(7)の答え____________________________

(8) (4 点) 行列 $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ の 2 つの固有値を全て答えなさい。

(8)の答え________________________________

(9) (4 点) 行列 $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} b^2 & b \\ b & 5 \end{bmatrix}$ について、$4b^2 \, |\mathbf{G}^{-1}|$ の値を答えなさい。ここで b は任意の定数とする。

(9)の答え________________________________

(10) (5点) 2次正方行列 $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix}$ は $\mathbf{H}^2 = \mathbf{E}_2$ を満たすとする。ここで $\mathbf{E}_2$ は2 行2列の単位行列を表す。また $\mathbf{H}$ の行列式$|\mathbf{H}|$は $|\mathbf{H}| < 0$であるとする。この時 $h_1 + h_2$ の値を答えなさい。

(10)

[統計] 以下を仮定して問題を解いてよい: 確率変数 X が標準正規分布に従う場合 $P(X > 1.28) = 0.10$, $P(X > 1.64) = 0.05$, $P(X > 1.96) = 0.025$, $P(X > 2.33) = 0.01$, $P(X > 2.58) = 0.005$ である。

(11) (4 点) 観測値を$\{-2, 1, 6, -5\}$とする、これらの観測値の**標本分散**の値を答えなさい。

(11)

(12) (4 点) 観測値を$\{-3, 0, 5, -4, 7\}$とする。これらの観測値の**標本中央値**の値を答えなさい。

(12)

(13) (4 点) $\{x_1,\ldots, x_n\}$と$\{y_1,\ldots, y_n\}$の相関係数の値が 0.8 であるとする。$z_i = -3y_i + 5$, $(i = 1,\ldots,n)$ とした時、$\{x_1,\ldots, x_n\}$と$\{z_1,\ldots, z_n\}$の相関係数の値を答えなさい。

(13)

(14) (7 点) 確率変数 Y を $U(0, 1)$ からの大きさ 2 の i.i.d.標本の**最大値**とする。また、確率変数 X を $U(0, 1)$ からの大きさ 2 の i.i.d.標本の**最小値**とする。この時、$E(X) - E(Y)$の値を求めなさい。ここで $U(0, 1)$ は $(0, 1)$ 一様分布を表す。

(14)

(15) (6 点) $\{X_1,\ldots, X_n\}$は大きさ n の i.i.d.標本で、$E(X_i) = \mu$, $\mathrm{var}(X_i) = \sigma^2$ であるとする。この時 σ^2 の推定量として $\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} \overline{X}(X_i - \overline{X})$ を用いた場合のバイアスはいくつになるか答えなさい。

(15)

(16) (6 点) 確率変数 X は確率 p で $X = 1$、確率 $1 - p$ で $X = -1$ をとるとする。$\mathrm{var}(X^3)$ の値はいくつになるか答えなさい。

(16)

以下の問題文を読み問題(17) – (20)に答えなさい。

X_i , i =1,…, n は i.i.d. 標本で、確率 p で $X_i = 1$ をとるベルヌーイ確率変数とする。標本平均を $\hat{p}_n = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} X_i$ 、標本分散を $s_n^2 = (n-1)^{-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \hat{p}_n)^2$ 、母分散の推定量を $\hat{\sigma}_n^2 = \hat{p}_n(1-\hat{p}_n)$ とする。また p の真の値は $p = 0.5$ であるとする。

(17) (6点) X_i と X_j 、$i \neq j$ の積の期待値、すなわち$E(X_i X_j)$を求めなさい。

(17)

(18) (7点) $\hat{p}_n = 0.5$、$n = 6$ の時、標本分散 s_n^2 の値を求めなさい。

(18)

(19) (7点) $n = 10$ の時、$E(\hat{\sigma}_n^2)$ の値を求めなさい。

(19)

(20) (7点) $n = 10$ の時、$E(\hat{p}_n^2)$ の値を求めなさい。

(20)