長倉ゼミ　入ゼミテスト

名前 ______________________________　学籍番号 __________________________________

[数学]

(1) (3 点) 方程式 $1 - 1.1\,x + 0.1\,x^2 = 0$ の 2 つの異なる解を全て答えなさい。

(1)

(2) (3 点) 関数 $f(x) = \log(x+2)$の逆関数 $f^{-1}(x)$ を答えなさい。

(2)

(3) (4 点) $f(x) = x^2 \log(x-1)$ $(x > 1)$の $x = 2$ での接線は $g(x) = ax + b$ で与えられるとする。変数 a と b の値を答えなさい。

(3)

(4) (4 点) 2 変数関数 $f(x, y) = (x^2 + 3y + 1)^2$ の x についての偏導関数を答えなさい。

(4)

(5) (4 点)「関数 $f(x) = \log(1+\exp(-x^2+2x-1))$ は、$x =$ (A) で (B)点をとり、その値は (C)である。」この文章の(A), (C) にはいる数字と(B)に入る言葉が「極大」か「極小」のどちらか答なさい。

(5)

(6) (A:4 点, B:4 点) 次の(A)と(B)の積分を計算しなさい。

(A) $\int_1^2 x^2 \log(x)\,dx$,　(B) $\int_0^1 2x[\exp(x^2)]^2\,dx$

(6)の答え (A) ______________________________(B)______________________________

(7) (3 点) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = x$ の時、x はいくつになるか答えなさい。

(7)の答え__________________________

(8) (5 点) 行列 $\mathbf{B}=\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ の 2 つの固有値を全て答えなさい。

(8)の答え________________________

(9) (5 点) 行列 $\mathbf{G}=\begin{bmatrix} b^2 & b \\ b & 5 \end{bmatrix}$ について、$4b^2\,|\mathbf{G}^{-1}|$ の値を答えなさい。ここで b は任意の定数とする。

(9)の答え________________________

(10) (6点) 2次正方行列 $\mathbf{H}=\begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix}$ は $\mathbf{H}^2=\mathbf{E}_2$ を満たすとする。ここで $\mathbf{E}_2$ は2 行2列の単位行列を表す。また $\mathbf{H}$ の行列式$|\mathbf{H}|$は $|\mathbf{H}|<0$であるとする。この時 h_1+h_2 の値を答えなさい。

(10)

[統計] 以下を仮定して問題を解いてよい: 確率変数 X が標準正規分布に従う場合 $P(X>1.28)=0.10$, $P(X>1.64)=0.05$, $P(X>1.96)=0.025$, $P(X>2.33)=0.01$, $P(X>2.58)=0.005$ である。

(11) (4 点) 観測値を$\{-2, 1, 6, -5\}$とする、これらの観測値の**標本分散**の値を答えなさい。

(11)

(12) (4 点) 観測値を$\{-3, 0, 5, -4, 7\}$とする。これらの観測値の**標本中央値**の値を答えなさい。

(12)

(13) (4 点) $\{x_1,\ldots,x_n\}$と$\{y_1,\ldots,y_n\}$の相関係数の値が 0.8 であるとする。$z_i=-3y_i+5$, $(i=1,\ldots,n)$ とした時、$\{x_1,\ldots,x_n\}$と$\{z_1,\ldots,z_n\}$の相関係数の値を答えなさい。

(13)

(14) (7 点) 確率変数 Y を $U(0,1)$ からの大きさ 2 の i.i.d.標本の**最大値**とする。また、確率変数 X を $U(0,1)$ からの大きさ 2 の i.i.d.標本の**最小値**とする。この時、$E(X)-E(Y)$の値を求めなさい。
ここで U(0, 1) は (0, 1) 一様分布を表す。

(14)

$\{X_1,\ldots,X_n\}$は大きさ n の i.i.d.標本で、$E(X_i)=\mu$, $\mathrm{var}(X_i)=\sigma^2$ であるとする。問題(15) - (16)に答えなさい。

(15) (6 点) この時 σ^2 の推定量として $\tilde{\sigma}^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\overline{X}(X_i-\overline{X})$ を用いた場合のバイアスはいくつになるか答えなさい。

(15)

(16) (6 点) この時 σ^2 の推定量として $\tilde{s}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2-\overline{X}^2$ を用いた場合のバイアスはいくつになるか答えなさい。

(16)

(17) (6 点) 確率変数 X は確率 p で $X=1$、確率 $1-p$ で $X=-1$ をとるとする。$\mathrm{var}(X^3)$ の値はいくつになるか答えなさい。

(17)

(18) (6 点) 離散型確率変数 X の取りうる値は $x=0, 1, 2, \ldots.$ であり、その確率関数は

$$p(x)=\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!},\quad x=0, 1, 2, \ldots.$$

で与えられているとしよう。この確率変数 X の大きさ n の i.i.d.標本 $X_1,\ldots,X_n$ が得られる時、未知パラメーター λ の最尤推定量 $\hat{\lambda}_n$ はどのようになるか答えなさい。

(18)

ある検定統計量 T_n を用いてある仮説を検定する事を考える。T_nは常に 0 以上の値をとるとする。
この統計量を用いた検定について問題(19)~(20)に答えなさい。

(19) (6点) この検定統計量は帰無仮説のもとで密度関数 $f(t)=\exp(-t)$ を持つ連続型の分布に従うとする。T_n の値がlog(100)以上である時に帰無仮説を棄却するとすると、**有意水準**は何%になるか答えなさい。

(19)

(20) (6 点) この検定統計量はある対立仮説のもとで密度関数 $g(t)=0.5\exp(-0.5t)$ を持つ連続型の分布に従うとする。T_n の値が log(100)以上である時に帰無仮説を棄却するとすると、この検定統計量のこの対立仮説に対する**検出力**は何%になるか答えなさい。

(20)