長倉ゼミ　入ゼミテスト

名前 ____________________　　学籍番号 ____________________

[数学]

(1) $3x^2 - 5x + 3$ という2次式の平方完成が $3(x-a)^2 + b$ で与えられるとする。変数 a と b の値を答えなさい

(1)の答え____________________

(2) 関数 $f(x) = \log(x+2)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ を答えなさい

(2)の答え____________________

(3) $f(x) = x^2 \log(x-1)$ $(x > 1)$ の $x = 2$ での接線は $g(x) = ax + b$ で与えられるとする。変数 a と b の値を答えなさい

(3)の答え____________________

(4) 2変数関数 $f(x, y) = (x^2+3y+1)^2$ の x についての偏導関数を答えなさい。

(4)の答え____________________

(5) 関数 $f(x) = \log(x^2+2x+2)$ は、$x =$ (A) で (B)点をとり、その値は (C)である。(A), (B), (C) に当てはまる組み合わせとして正しいものを以下より選びなさい。

(a) (A) 2 (B)極大 (C) 3,　(b) (A) 2 (B)極小 (C) 3,　(c) (A) 1 (B)極大 (C) –1
(d) (A) 1 (B)極小 (C)–1,　(e) (A) –1 (B)極小 (C) 0,　(f) (A) –1 (B)極大 (C) 0
(g) (A) 3 (B)極大 (C) 0,　(h) (A) 3 (B)極小 (C) 2,　(i) (A) 3, (B)極大 (C) 2
(j) (a) ~ (i) のどれでもない。

(5)の答え____________________

(6)次の(A)と(B)の積分を計算しなさい。

(A) $\int_1^2 x^2 \log(x)\,\mathrm{d}x$,　(B) $\int_0^1 2x[\exp(x^2)]^2\,\mathrm{d}\,x$

(6)の答え (A) ____________________(B)____________________

(7) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = x$ の時、x はいくつになるか答えなさい。

(7)の答え______________________________

(8) 行列 $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 5 & -9 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ に対して、$(\mathbf{B}^{-1})^{\mathrm{T}}$ の(1, 2) 成分はいくつになるか答えなさい。ここで $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$ は A の転置行列を表す。

(8)の答え______________________________

(9) 行列 $\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} b^2 & b \\ b & 5 \end{bmatrix}$ について、$4b^2\,|\boldsymbol{G}^{-1}|$ の値を答えなさい。ここで b は任意の定数とする。

(9)の答え______________________________

(10) 2次正方行列 $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix}$ は $\mathbf{H}^2 = \mathbf{E}_2$ を満たすとする。ここで $\mathbf{E}_2$ は2 行2列の単位行列を表す。また $\mathbf{H}$ の行列式$|\mathbf{H}|$は $|\mathbf{H}| < 0$であるとする。この時 $h_1 + h_2$ の値を答えなさい。

(10)の答え______________________________

[統計] 以下を仮定して問題を解いてよい: 確率変数 X が標準正規分布に従う場合 $P(X > 1.28) = 0.10$, $P(X > 1.64) = 0.05$, $P(X > 1.96) = 0.025$, $P(X > 2.33) = 0.01$, $P(X > 2.58) = 0.005$ である。

(11)観測値を$\{-3, 0, 5, -4\}$とする。これらの観測値の**標本平均**の値を答えなさい

(11)の答え

(12)観測値を$\{-2, 1, 6, -5\}$とする、これらの観測値の**標本分散**の値を答えなさい

(12)の答え

(13) $\{x_1, \ldots, x_n\}$と$\{y_1, \ldots, y_n\}$の相関係数の値が 0.8 であるとする。$z_i = -3y_i + 5$, $(i = 1, \ldots, n)$ とした時、$\{x_1, \ldots, x_n\}$と$\{z_1, \ldots, z_n\}$の相関係数の値を答えなさい

(13)の答え

(14) あるデータの標本平均が 1.4、全標本分散が 4、メディアンが 1.8 であったとする。このデータを標準化(標本平均を引き、全標本標準偏差で割る事)した場合、標準化されたデータのメディアンの値を答えなさい

(14)の答え

以下の問題文を読んで(15) ~ (16)に答えなさい。
2 つの離散型確率変数 X と Y の同時確率分布の表が以下のように与えられているとしよう。しかし、表のいくつかの数字は不明であるとする。(? は不明な数字)。

	Y=1	Y=2	Y=3	Y=4	X の周辺分布
X=1	?	0.2	★	0	0.5
X=2	?	0.1	0.2	0.1	?
Y の周辺分布	0.2	0.3	?	?	1

(15)★に入るべき数字を答えなさい。

(15)の答え

(16) X の $Y=3$ という条件付平均の値を答えなさい。

(16)の答え

(17)確率変数 X は確率 p で $X=1$, 確率 $1-p$ で $X=0$ をとるベルヌーイ確率変数だとする。大きさ $n=50$ の i.i.d.標本 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ において 0 は 10 個、1 は 40 個観測されたとしよう。この時 p の最尤推定値はいくつになるか？答えなさい。

(17)の答え

(18)離散型確率変数 X の取りうる値は $x = 0, 1, 2, \ldots.$ であり、その確率関数は

$$p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots.$$

で与えられているとしよう。この確率変数 X の大きさ n の i.i.d.標本 $X_1, \ldots, X_n$ が得られる時、未知パラメーター λ の最尤推定量 $\hat{\lambda}_n$ はどのようになるか？答えなさい。

(18)の答え

ある検定統計量 T_n を用いてある仮説を検定する事を考える。T_nは常に 0 以上の値をとるとする。
この統計量を用いた検定について問題(19)~(20)に答えなさい。

(19)この検定統計量は帰無仮説のもとで密度関数 $f(t) = \exp(-t)$ を持つ連続型の分布に従うとする。T_n の値がlog(100)以上である時に帰無仮説を棄却するとすると、**有意水準**は何%になるか答えなさい。

(19)の答え

(20) この検定統計量はある対立仮説のもとで密度関数 $g(t) = 0.5\exp(-0.5t)$ を持つ連続型の分布に従うとする。T_n の値が log(100)以上である時に帰無仮説を棄却するとすると、この検定統計量のこの対立仮説に対する**検出力**は何%になるか答えなさい。

(20)の答え