

GARCH モデルを用いたビットコイン・金・S&P500 の ボラティリティ構造と分布特性に基づく安定資産性の検証

慶應義塾大学 経済学部 長倉大輔研究会
堺大祥・長崎航・西松幸多郎・星野智輝

要約

本研究は、2015 年 10 月 1 日から 2025 年 9 月 30 日までの 10 年間におけるビットコイン、金、S&P500 の終値データを用いて、ビットコイン・金・S&P500 という主要資産を対象に、ボラティリティ構造と分布特性を比較分析し、ビットコインが投資ポートフォリオにおいて安定資産として機能し得るかを検証したものである。GARCH 系モデル (TGARCH、AVGARCH、NGARCH) を用いて各資産のリスク特性を推定し、期間別にその変化を考察した。分析の結果、ビットコインは全期間を通じて他資産に比べボラティリティ水準が高く、短期ショックに対する感応度および変動の持続性が強いことが確認された。一方で、金および S&P500 は、平常時は安定的だが、市場危機時に変動が拡大しやすくなる分布構造を示した。また、期間を追うごとにビットコインの分布は徐々に裾を薄くし、下落局面で変動が抑制される非対称的リスク構造が明らかとなった。さらに、金はボラティリティの持続性が強い一方で、低水準の変動を安定的に維持していることが確認された。以上の結果から、ビットコインは依然として高リスク・高変動の投機的資産であり、安定資産としての機能は限定的であることが示唆された。ただし、市場成熟に伴いボラティリティ構造が一定の安定性を示しつつある点から、将来的な安定資産化の可能性も示唆される。

目次

1. はじめに

2. 先行研究と本研究の研究目的

2.1 先行研究

2.2 本研究の研究目的

3. データ

3.1 データについて

3.2 ADF 検定

3.3 自己相関について

4. GARCH モデルとその誤差項の分布について

5 分析結果

5.1 全期間

5.2 2 期間

5.3 5 期間

6 結語

謝辞

参考文献

1.はじめに

近年、金融市場における資産価格の変動は、世界的な経済・政治情勢の影響を強く受けるようになってきている。特に、2020年のコロナショックや2022年以降の金利上昇局面、2025年からのトランプ政権による関税政策の再強化、など、急激な市場環境の変化が続く中で、投資家はより安定的な資産運用を志向する傾向を強めている。実際、リスク回避資産の代表例である「金」は、2020年初頭から2025年10月9日現在に至るまでに約165%上昇しており、安定資産としての地位を改めて示している。

このような不確実性の高い市場環境において、どの資産が「金」のようにリスクヘッジ性と安定性を兼ね備えた資産として機能し得るのかを明らかにすることは、今後の投資戦略やポートフォリオ設計の観点からも重要である。

近年では「デジタルゴールド」とも称される暗号資産（特にビットコイン）が新たな安定資産の候補として注目を集めている。しかし、ビットコインはその価格変動の大きさや、景気後退期・株価下落局面における下落傾向などから、安定資産としての特性については依然として議論が分かれている。一般に、資産の安定性は単にボラティリティの水準の低さのみならず、外的ショックに対する反応特性にも依存する。そこで本研究では、安定資産を「ボラティリティ水準が低く、かつ市場ショックに対して過敏に反応しない資産」と定義し、ビットコインが「価格変動の大きい投機資産」ではなく「分散投資に有効な安定資産」たり得るかを検証する。

ビットコインのボラティリティ構造の解明は活発に行われてきた。たとえば、Katsiampa (2017)は GARCH モデルを用いてビットコインの価格変動を分析し、ビットコイン市場が他の金融資産に比べて高い変動性と長期的依存性 (long memory) を持つことを明らかにしており、ボラティリティ分析の有効性を裏付ける結果となっている。また、Dyhrberg (2016)はビットコイン・金・ドルのボラティリティを比較し、ビットコインが部分的に金と類似したヘッジ特性を持つことを指摘した。一方で、Cheah and Fry (2015)や Bouri and Gupta (2017)は、ビットコイン市場の投機的性質と急激な価格変動を報告しており、安定資産とは言い難い側面も指摘されている。

これまでの研究の多くは、ビットコイン単体のボラティリティ分析に焦点を当ててきたが、金や株式指数 (S&P500 など) と比較した「安定資産性」について、直近数年間の市場データを用いて定量的に分析した研究は依然として少ない。特に、コロナショック以降の金融緩和・インフレ・金利上昇といった環境変化を含む時期を通じた比較研究は限られており、最新の市場動向を踏まえた検証が求められている。

以上の背景から本研究では、ビットコイン・金・S&P500 といった代表的な資産を対象に、その価格変動特性を比較・分析することで、ビットコインが安定資産としての性質を持ちうるのかを検証することを目的とする。

2 先行研究と本稿の研究目的

2.1 先行研究

Katsiampa (2017) は、ビットコイン市場の極めて高い価格変動性に着目し、そのボラティリティの性質をより精緻に把握するため、複数の GARCH(Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)ファミリーモデルを比較分析した。具体的には、標準的な GARCH、EGARCH(Exponential GARCH)、TGARCH(Threshold GARCH)、APARCH(Asymmetric Power ARCH)モデルに加え、ボラティリティを短期・長期成分に分解する構造モデルである CGARCH(Component GARCH)および AR-CGARCH を用い、2014 年から 2016 年のビットコイン日次データに適用した。その結果、単純な GARCH モデルよりも、複合的な動学構造を持つ AR-CGARCH モデルの方が情報量基準 (AIC、BIC など) において優れた適合度を示し、予測性能も高いことが明らかになった。特に AR-CGARCH モデルは、一時的ショックと永続的ボラティリティ変化を明確に区別できる点で、急激な変動とトレンドが交錯する仮想通貨市場の分析に有効であると結論づけている。しかしながら、これらの研究では分析対象期間が数週間から数か月と比較的短期であるため、十分に長期的な変動分析を行っていない点、さらに最近の市場動向やマクロ経済環境を踏まえた分析が不足している点が課題として指摘できる。また、ビットコインの「安定資産性」に焦点を当てた研究も限定的である。そこで本研究では、従来の研究と同様に CGARCH、TGARCH、AVGARCH(Absolute Value GARCH)、NGARCH(Nonlinear GARCH)など複数の GARCH モデルを適用するとともに、誤差項の分布仮定についても比較検討を行い、最も適合度の高いモデルを特定することを目的とする。さらに、コロナショックや金融緩和、インフレ、金利上昇といった経済環境の変化を含む直近 10 年間 (2015/10/1~2025/9/30) にわたるビットコイン、金、S&P500 のデータを用いて、長期的なボラティリティ構造の分析を試みる。

2.2 研究目的

これらの先行研究を踏まえ、本研究では、ビットコイン・金・株式 (S&P500) といった主要資産の安定資産性を比較・分析し、ビットコインが投資ポートフォリオにおけるリスクヘッジ資産として活用可能かを検討することを目的とする。

具体的には、2015 年 10 月 1 日から 2025 年 9 月 30 日までの 10 年間におけるビットコイン、金、S&P500 の終値データを取得し、平常時および市場ショック時 (コロナショックや金利上昇局面など) におけるリターン分布やボラティリティの特徴を比較する。次に、GARCH ファミリー (TGARCH、AVGARCH、NGARCH など) およびそれらの誤差項にいくつかの分布 (jsu (Johnson SU) 分布、ged (Generalized Error distribution; 一般化誤差分布) など) を適用し、AIC・BIC によるモデル比較を行うことで、各資産に最も適合するボラティリティモデルを特定する。

さらに、選定されたモデルを用いて、ボラティリティの水準・持続性・ショックへの反応度などのパラメータを推定し、各資産のリスク構造を定量的に比較する。最後に、全期間分析に加えて、コロナ前後および2年ごとの複数期間に分割したサブサンプル分析を行うことで、時期ごとの安定性や市場環境変化に対する感応度を検証し、ビットコインの安定資産性を多面的に評価する。

このような比較分析を通じて、ビットコインが「価格変動の大きい投機資産」とどまるのか、それとも「分散投資に有効な安定資産」としての特性を持ちうるのかを検証する。最終的には、従来の安全資産である金や、世界的株式指数である S&P500 との対比を通じて、ビットコインのリスク特性と投資ポートフォリオ上の位置づけを定量的に評価することを目指す。

3. データ

3.1 データについて

本研究では、2025 年 10 月 6 日に Investing.com (<https://jp.investing.com/>) から 2015 年 10 月 1 日～2025 年 9 月 30 日の 10 年間分のビットコイン(Bitcoin)、金(XAU/USD)及び S&P500(SPX)の日時データ（終値）を csv 形式で取得し、分析に用いた。

分析するにあたり、資産によってデータ数が異なるという問題が発生した。これは、ビットコインの市場は土日も開場しているが、金や S&P500 は土日の市場が閉場しているなど、各資産の取引日が異なるためである。そのため本研究では、データの長さをビットコインに揃えるため、市場の閉場日は前営業日の終値を採用し、分析対象データとした。また、実際に分析するにあたり、各資産の分析対象データの対数階差（対数階差変化率）に対して分析を行った。以下は各資産の日次データ及び日次データの階数階差の変動を表したグラフである。

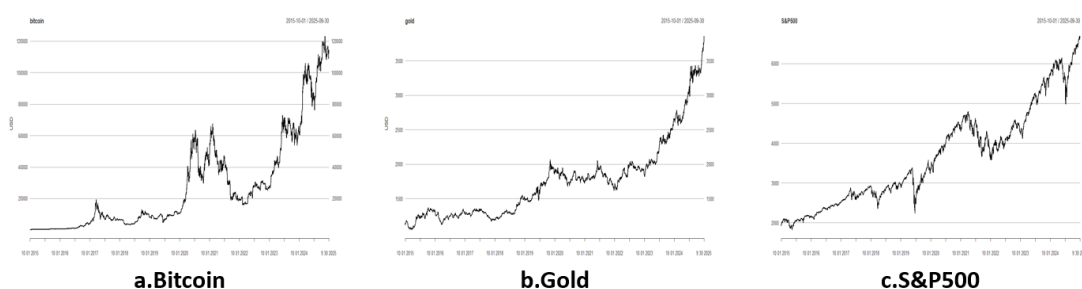


図 3-1 日次データ

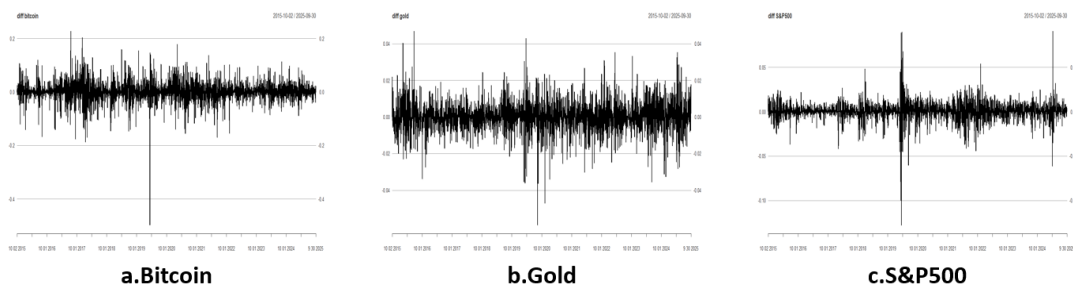


図 3-2 対数階差

各資産の(対数階差変化率の)基本統計量は以下の表のようである。

全期間	Bitcoin	Gold	S&P500
データ数	3652	3652	3652
平均値	0.0016911	0.0003403	0.0003412
中央値	0.0014175	0.0000000	0.0000000
最大値	0.2276022	0.0469283	0.0908949
最小値	-0.4972780	-0.0589752	-0.1276573
標準偏差	0.0359866	0.0075010	0.0095263
歪度	-0.7892828	-0.1328630	-0.7627316
尖度	16.625484	8.258216	28.032764

表 3.1 基本統計量

平均値を見ると、ビットコインが 0.00169 と最も高く、金および S&P500 を上回っている。標準偏差に着目すると、ビットコインは 0.0359 と他の資産を大きく上回っており、その価格変動の激しさが際立っている。これらは、ビットコインが高い収益性を持つ一方で、より大きな価格変動リスクを伴う投資対象であることを示唆する。歪度に関しては、いずれの資産も負の値を示しており、分布が左に歪んでいる。すなわち、大幅な下落リスクが上昇局面よりも発生しやすい非対称的な分布構造を持つことが分かる。特にビットコイン (-0.789) と S&P500 (-0.763) でこの傾向が強く、金融市場全体における急落リスクへの脆弱性が示唆される。さらに、尖度はいずれも非常に高い値を示しており、正規分布から大きく乖離している。特に S&P500 は 28.03、ビットコインは 16.63 と高水準であり、ファットテール、すなわち極端な価格変動が頻発する分布であることが確認できる。以上の結果から、ビットコインは高収益・高リスク資産として明確に位置づけられ、極端な価格変動と非対称的なリスク構造を持つことが確認された。金は比較的安定的な推移を示し、S&P500 は長期的には

安定しているものの、突発的なショックに対して鋭敏に反応する性質を持つことが明らかとなった。

3.2 ADF 検定

GARCH モデルを用いてデータを分析する前に、GARCH モデルの前提となるデータの定常性を確認することが必要であるため、本研究では、ビットコイン、金及び S&P500 のデータに対して ADF 検定 (Augmented Dickey-Fuller Test) を実施した。ADF 検定は、時系列データが単位根を持つか (非定常か) を検定する手法で、以下のモデルを考える。

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

ここで、 y_t としては資産そのものとその対数階差収益率の両方を考えた。この時、帰無仮説 $H_0: \gamma = 0$ (単位根を持つ) に対して、 p 値が基準値 0.05 より小さい場合、帰無仮説を棄却でき、データは定常であると判断できる。本研究では、各変数について ADF 検定を実施し定常性を確保した。結果は表 3.2 の通りとなった。

変数	ADF 検定の値	Lag order	p 値	検定結果 (有意水準 5%)	定常性
ビットコイン	-1.2884	15	0.8797	棄却されない	非定常
金	1.939	15	>0.99	棄却されない	非定常
S&P500	-1.9708	15	0.5907	棄却されない	非定常
ビットコインの対 数階差収益率	-14.413	15	<0.01	棄却	定常
金の対数階差収益 率	-15.579	15	<0.01	棄却	定常
S&P500 の対数階 差収益率	-14.713	15	<0.01	棄却	定常

表 3.2 ADF 検定の結果

上記の表より、分析に用いるビットコイン、金および S&P500 の対数階差系列については、いずれも定常性が確認された。したがって、これらのデータを用いて GARCH モデルによるボラティリティ分析を行うことは妥当であると考えられる。

3.3 自己相関について

GARCH モデルで推定する際には、平均方程式に自己回帰 (AR) 項を含めるかどうかを判断する必要がある。そのため本研究では、偏自己相関関数 (PACF: Partial Autocorrelation Function) を用いて、各系列における自己回帰構造の有無および次数を確認した。PACF は、他のラグの影響を除外した上でのラグ k における偏自己相関係数を表す。一般に、時系列 データ y_t に対して、以下の式を考える。

$$\begin{aligned}\phi_{1,1} &= \text{cor}(y_{t+1}, y_t) \quad (k = 1) \\ \phi_{k,k} &= \text{cor}(y_{t+k} - \hat{y}_{t+k}, y_t - \hat{y}_t) \quad (k \geq 2) \quad s. t. \quad \min. E[(y_{t+k} - \hat{y}_{t+k})^2], E[(y_t - \hat{y}_t)^2] \\ \phi_{n,n} &= \frac{\rho(n) - \sum_{k=1}^{n-1} \phi_{n-1,k} \rho(n-k)}{1 - \sum_{k=1}^{n-1} \rho(k)} \quad \text{when} \quad \phi_{n,k} = \phi_{n-1,k} - \phi_{n,n} \phi_{n-1,n-k} \quad (1 \leq k \leq n-1)\end{aligned}$$

$\phi_{n,n}$ とはラグ n 、 n 次の自己回帰モデルを用いた場合の偏自己相関を示す。

AR(p)モデルでは、PACF がラグ p で急激に減衰 (cut-off) し、それ以降のラグではほぼゼロとなる性質をもつ。この性質を利用することで、PACF プロットにおいて有意な相関が見られるラグ数を観察し、AR 項の次数を特定できる。結果は表 3.3 のようになった。図 3.3 は表 3.3.の結果を図示したものである。

ラグ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ビットコイン	-0.044	0.032	0.003	0.015	0.023	0.016	-0.017	-0.021	0.007
金	-0.002	-0.02	0.012	-0.002	0.018	-0.002	-0.034	0.002	-0.002
S&P500	-0.116	0.032	0.013	0.04	-0.046	-0.054	0.028	-0.079	0.05
ラグ	10	11	12	13	14	15	16	17	18
ビットコイン	0.035	0.006	-0.004	0.016	-0.002	0.011	-0.004	0.031	0.012
金	-0.005	-0.036	0.026	0	-0.014	-0.007	0.011	0.009	-0.007
S&P500	-0.052	0.085	-0.032	0.091	-0.048	-0.046	0.028	-0.007	-0.015
ラグ	19	20	21	22	23	24	25	26	27
ビットコイン	0.015	0.016	-0.035	-0.009	-0.028	0.015	0.015	0.006	0.012
金	0.051	0.01	-0.007	-0.02	-0.019	-0.02	-0.02	-0.003	0.016
S&P500	-0.035	0.038	-0.025	-0.044	0.038	0.028	0.001	-0.007	-0.038
ラグ	28	29	30	31	32	33	34	35	36
ビットコイン	0.008	-0.036	0.003	0.027	-0.024	0.047	-0.002	-0.01	
金	-0.034	-0.005	0.001	-0.006	0	-0.006	0.021	0.006	
S&P500	-0.023	0.01	0.009	-0.014	0.024	-0.023	-0.021	0.01	

表 3.3 PACF 結果

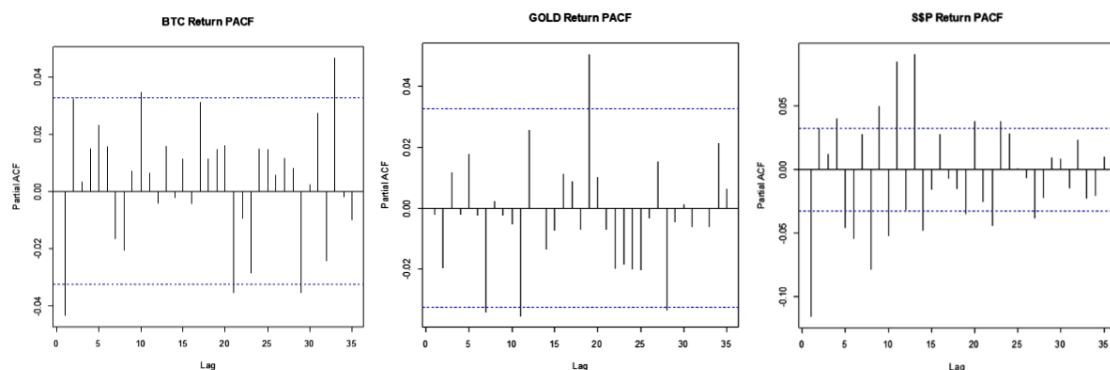


図 3-3 PACF 結果

PACF の結果から、いくつかのラグで有意な値が確認されたものの、相関係数の絶対値は全体的に小さいことが分かった。したがって、ある程度影響はするものの、その程度は小さいことが確認されたため、本研究では平均方程式に AR 項を含めないこととした。

4 GARCH モデルとその誤差項の分布について

本研究では統計ソフトとして R ver.4.4.1 を、R のパッケージとして rugarch パッケージを用いて推定を行った。当該パッケージで推定可能な GARCH モデルは GARCH、EGARCH、GJR-GARCH、APARCH、IGARCH(Integrated GARCH)、CGARCH、TGARCH、AVGARCH、NGARCH、NAGARCH(Nonlinear asymmetric GARCH)、APARCH、ALLGARCH¹である。加えて、当該パッケージでは誤差項の分布として正規分布 (norm)、スキュー正規分布 (snorm)、ステューデント t 分布 (std)、スキューステューデント t 分布 (sstd)、一般化誤差分布 (ged)、スキュー一般化誤差分布 (sged)、正規逆ガウス分布 (nig)、一般化ハイパーボリック分布 (ghyp)、ジョンソン SU 分布 (jsu) を指定でき、金融リターン系列の裾の厚さや外れ値への対応を柔軟に行うことができる。本研究では、誤差項の分布も考慮した最適なモデルを選択し、推定を行った。

まず、複数の GARCH モデルについて Akaike 情報量基準 (AIC) およびベイズ情報量基準 (BIC) を比較する。これらの基準でも値が小さいほうがフィットがよいモデルとされる。AIC、BIC はそれぞれ以下の式で定義される。

¹ ALLGARCH モデルは Hentschel (1995) “All in the family nesting symmetric and asymmetric garch models” で提案されたモデルのここのようである。

AIC : $-2 \log L + 2k$ (L:最大尤度, k:パラメータ数)

BIC : $-2 \log L + k \log n$ (L:最大尤度, k:パラメータ数, n:サンプルサイズ)

AIC は予測精度の観点からモデルの当てはまりを評価する指標であり、過学習をある程度許容しつつ予測精度の高いモデルを選択するのに適している。一方、BIC はサンプルサイズに応じたより強い罰則項を持ち、真のモデル構造の特定を重視する基準である。両者の理論的背景と目的が異なるため、両方を併用することで予測性能とモデル単純性の両面からの妥当性を検証し、より頑健なモデル選択を行う。

表 4.1 – 4.3 (次ページ) はそれぞれの資産において、モデルと分布による AIC、BIC の結果である。収束しなかったモデル・分布については、表中で棒線 (–) により示した。なお、太字は、各分布において最良な結果を表している。表 4.1 – 4.3 の結果より、各資産において最も当てはまりの良いモデル・分布は以下のようになる。

資産	モデル	分布
ビットコイン	TGARCH	jsu
	AVGARCH	
金	NGARCH	ged
S&P500	NGARCH	ged

表 4.4 最適なモデル・分布

Katsiampa (2017) による研究と同様に、ビットコインの分析において正規分布を仮定した場合、CGARCH モデルが一番あてはまりの良いモデルであることが示唆される。しかしながら、誤差項の分布も考慮した場合、AIC は TGARCH モデルの jsu 分布、BIC は AVGARCH モデルの jsu 分布が最適なモデルであることが示された。また、金と S&P500 については、いずれも NGARCH モデルの ged 分布が最適なモデルであることが示されている。

	モデル	GARCH	EGARCH	GJR-GARCH	APARCH	IGARCH	CSGARCH	TGARCH	AVGARCH	NGARCH	NAGARCH	ALLGARCH
norm	AIC	-3.9886	-3.9924	-3.9918	-3.9939	-3.9858	-4.0030	-3.9924	-3.9898	-3.9901	-3.9897	-3.9954
	BIC	-3.9818	-3.9839	-3.9833	-3.9837	-3.9807	-3.9928	-3.9839	-3.9797	-3.9816	-3.9812	-3.9835
snorm	AIC	-3.9904	-3.9938	-3.9927	-3.9953	-3.9871	-4.0046	-3.9942	-3.9906	-3.9924	-3.9909	-3.9907
	BIC	-3.9819	-3.9836	-3.9825	-3.9834	-3.9803	-3.9927	-3.9840	-3.9788	-3.9822	-3.9807	-3.9834
std	AIC	-4.2353	-4.2497	-4.2354	-4.2511	-4.2360	-4.2341	-4.2514	-4.2521	-4.2508	-4.2357	-4.2519
	BIC	-4.2268	-4.2395	-4.2252	-4.2392	-4.2292	-4.2222	-4.2412	-4.2402	-4.2406	-4.2255	-4.2383
sstd	AIC	-4.2347	-4.2492	-4.2349	-4.2506	-4.2355	-4.2336	-4.2509	-4.2516	-4.2503	-4.2352	-4.2514
	BIC	-4.2246	-4.2373	-4.2230	-4.2370	-4.2270	-4.2200	-4.2390	-4.2380	-4.2384	-4.2233	-4.2361
ged	AIC	-4.2408	-4.2464	-4.2403	-4.2475	-4.2413	-4.2416	2.4345	2.4158	-4.2480	-4.2403	-4.2476
	BIC	-4.2323	-4.2362	-4.2301	-4.2356	-4.2345	-4.2297	2.4447	2.4276	-4.2378	-4.2302	-4.2340
sged	AIC	-4.2405	-4.2461	-4.2401	-4.2471	-4.2410	-4.2400	3.0439	3.0212	-4.2477	-4.2401	-4.2473
	BIC	-4.2303	-4.2342	-4.2282	-4.2336	-4.2325	-4.2265	3.0557	3.0348	-4.2358	-4.2282	-4.2320
nig	AIC	-4.2450	-4.2532	-4.2448	-4.2546	-4.2456	-4.2445	-4.2549	-4.2552	-4.2547	-4.2450	-4.2548
	BIC	-4.2348	-4.2413	-4.2329	-4.2409	-4.2371	-4.2309	-4.24305	-4.2416	-4.2428	-4.2331	-4.2395
ghyp	AIC	-4.2454	-4.2527	-4.2451	-4.2540	-4.2460	-4.2453	-4.2544	-4.2546	-4.2542	-4.2452	-4.2543
	BIC	-4.2335	-4.2391	-4.2315	-4.2387	-4.2358	-4.2300	-4.2408	-4.2394	-4.2406	-4.2316	-4.2373
jsu	AIC	-4.2426	-4.2532	-4.2426	-4.2546	-4.2433	-4.2398	-4.2550	-4.2554	-4.2545	-4.2428	-4.2552
	BIC	-4.2324	-4.2414	-4.2307	-4.2410	-4.2348	-4.2262	-4.24310	-4.2418	-4.2427	-4.2309	-4.2399

表 4.1 AIC,BIC 結果 ビットコイン

	モデル	GARCH	EGARCH	GJR-GARCH	APARCH	IGARCH	CSGARCH	TGARCH	AVGARCH	NGARCH	NAGARCH	ALLGARCH
norm	AIC	-	-7.0308	-7.0341	-7.0285	-7.0223	-7.0315	-7.0271	-7.0306	-7.0212	-7.0358	-7.0321
	BIC	-	-7.0223	-7.0256	-7.0183	-7.0172	-7.0213	-7.0186	-7.0204	-7.0127	-7.0273	-7.0202
snorm	AIC	-	-7.0304	-7.0338	-7.0291	-7.0220	-7.0311	-7.0266	-7.0303	-7.0205	-	-7.0309
	BIC	-	-7.0202	-7.0236	-7.0172	-7.0152	-7.0192	-7.0164	-7.0184	-7.0103	-	-7.0173
std	AIC	-7.2684	-7.2761	-7.2718	-	-7.2692	-7.2677	-7.2743	-7.2776	-	-7.2738	-
	BIC	-7.2599	-7.2659	-7.2616	-	-7.2624	-7.2558	-7.2641	-7.2657	-	-7.2636	-
sstd	AIC	-7.2691	-7.2771	-7.2727	-	-7.2699	-7.2686	-7.2754	-7.2794	-	-7.2745	-7.2801
	BIC	-7.2589	-7.2653	-7.2609	-	-7.2614	-7.2550	-7.2635	-7.2658	-	-7.2626	-7.2648
ged	AIC	-8.2546	-7.9891	-9.2090	-8.8571	-9.7763	-9.0667	-7.8161	-9.5060	-10.4010	-9.2109	-8.9349
	BIC	-8.2461	-7.9789	-9.1988	-8.8452	-9.7695	-9.0548	-7.8059	-9.4941	-10.3910	-9.2007	-8.9213
sged	AIC	-	-8.2687	-7.8201	-6.4949	-7.9478	-	-8.7183	-5.2531	-2.4722	-4.3335	-
	BIC	-	-8.2568	-7.8082	-6.4813	-7.9393	-	-8.7064	-5.2395	-2.4604	-4.3216	-
nig	AIC	-7.3386	-7.3388	-7.3410	-7.3311	-7.3392	-7.3413	-7.3373	-7.3397	-7.3377	-7.3419	-7.3263
	BIC	-7.3284	-7.3269	-7.3291	-7.3175	-7.3307	-7.3277	-7.3255	-7.3261	-7.3259	-7.3300	-7.3110
ghyp	AIC	-7.3785	-7.3789	-7.3813	-7.3730	-7.3719	-7.3793	-7.3776	-	-7.3742	-7.3827	-7.3788
	BIC	-7.3666	-7.3654	-7.3677	-7.3577	-7.3617	-7.3641	-7.3640	-	-7.3606	-7.3691	-7.3618
jsu	AIC	-7.6375	-8.1648	ERROR	-	-7.7840	-7.5512	5.4604	-	-	-	-7.1706
	BIC	-7.6273	-8.1529	ERROR	-	-7.7755	-7.5376	5.4723	-	-	-	-7.1553

表 4.2 AIC,BIC 結果 金

	モデル	GARCH	EGARCH	GJR-GARCH	APARCH	IGARCH	CSGARCH	TGARCH	AVGARCH	NGARCH	NAGARCH	ALLGARCH
norm	AIC	-6.9766	-7.0176	-7.0091	-7.0009	-6.9735	-6.9791	-7.0205	-7.0527	-6.9776	-	-7.0576
	BIC	-6.9698	-7.0091	-7.0006	-6.9907	-6.9684	-6.9689	-7.0120	-7.0425	-6.9691	-	-7.0457
snorm	AIC	-6.9855	-7.0314	-7.0225	-7.0137	-6.9823	-6.9883	-7.0341	-7.0634	-6.9871	-7.0607	-7.0039
	BIC	-6.9770	-7.0212	-7.0123	-7.0019	-6.9755	-6.9764	-7.0239	-7.0516	-6.9769	-7.0505	-6.9903
std	AIC	-7.2479	-7.3014	-7.2760	-	-7.2488	-7.2478	-7.2976	-7.3166	-7.2639	-7.2937	-7.3160
	BIC	-7.2394	-7.2912	-7.2658	-	-7.2420	-7.2360	-7.2874	-7.3047	-7.2537	-7.2835	-7.3025
sstd	AIC	-7.2514	-7.3030	-7.2774	-	-7.2523	-7.2510	-7.2927	-7.3185	-	-	-
	BIC	-7.2412	-7.2911	-7.2655	-	-7.2438	-7.2374	-7.2808	-7.3049	-	-	-
ged	AIC	-9.9346	-10.5335	-9.6437	-9.9411	-9.3289	-9.3442	-9.4648	-9.3682	-11.3650	-10.1960	-7.7530
	BIC	-9.9262	-10.5233	-9.6335	-9.9292	-9.3221	-9.3323	-9.4546	-9.3563	-11.3550	-10.1860	-7.7394
sged	AIC	-9.2558	-7.7626	-9.0430	-7.9170	-8.7247	-9.0789	-10.8570	-10.2130	-8.6747	-	-5.4291
	BIC	-9.2456	-7.7507	-9.0311	-7.9034	-8.7162	-9.0653	-10.8450	-10.1990	-8.6628	-	-5.4138
nig	AIC	-7.3585	-7.3831	-7.3747	-7.3776	-7.3592	-7.3703	-7.3776	-7.3955	-7.3587	-7.3888	-7.3951
	BIC	-7.3483	-7.3712	-7.3628	-7.3640	-7.3507	-7.3568	-7.3657	-7.3819	-7.3468	-7.3769	-7.3799
ghyp	AIC	-7.3847	-7.4141	-7.4090	-7.4038	-7.3763	-7.3837	-7.4129	-7.4314	-7.3815	-7.4311	-7.4273
	BIC	-7.3728	-7.4005	-7.3954	-7.3885	-7.3662	-7.3684	-7.3994	-7.4161	-7.3679	-7.4175	-7.4104
jsu	AIC	-8.1203	-8.6665	-8.0858	-	-7.8304	-7.8294	-	-	-	-7.9825	-
	BIC	-8.1102	-8.6546	-8.0739	-	-7.8220	-7.8158	-	-	-	-7.9707	-

表 4.3 AIC,BIC 結果 S&P500

本研究で採用された TGARCH, AVGARCH, および NGARCH はいずれも Hentshel(1995)により提案された一般的な GARCH モデル(ALLGARCH)の特殊ケースであり、条件付き分散の時間変動とショックの非対称性を表現できる拡張的な GARCH モデルである。以下はその一般形である。

$$\sigma_t^\lambda = (\omega + \sum_{j=1}^m \zeta_j v_{jt}) + \sum_{j=1}^q \alpha_j \sigma_{t-j}^\lambda (|z_{t-j} - \eta_{2j}| - \eta_{1j}(z_{t-j} - \eta_{2j}))^\delta + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^\lambda$$

上記式において λ は条件付き変動に対する冪指数であり、ボラティリティの更新スケールを決定する。 $\lambda=2$ のとき分散を、 $\lambda=1$ のときは標準偏差を示す。

また、 α は新たなショックがボラティリティに与える即時的な影響の大きさを、 β は過去のボラティリティの持続性を表す。 δ は絶対値変換に対するパワーを調整し、大きなショックへの反応の曲率を制御する。 η_{1j} はショックの符号による影響の非対称性を表し、 $\eta_{1j} > 0$ ならば負のショックへの反応を強めるレバレッジ効果を表す。 η_{2j} は非対称性を表す際の基準点を調整するシフトパラメータであり、ショックの大小の差による影響を調整する。以下にそれぞれのサブモデルにおける推定式と特徴を併せて述べていく。

TGARCH(1,1)モデル

Threshold GARCH は Zakoian(1994)によって導入された、一般形において、 $\lambda = \delta = 1, \eta_{2j} = 0, |\eta_{1j}| \leq 1$ としたときのモデルである。過去のショックが正の方向か負の方向かによってボラティリティの反応を変化させる「閾値型」であり、条件付き標準偏差の式は次のように表される。

$$\sigma_t = \omega + \alpha \sigma_{t-1} (|z_{t-1}| - \eta_{11} z_{t-1}) + \beta \sigma_{t-1}$$

ここで、 $z_t = \varepsilon_t / \sigma_t$ は標準化誤差項、 η は非対称性を示すパラメータである。 $z_t < 0$ の場合 $z_t = -s_t (s_t > 0)$ とすると $|-s_t| + \eta_{11} s_{t-1} = (1 + \eta_{11}) s_t$ となる。ここで $\eta > 0$ となるとき、負のショック（価格下落）に対してボラティリティが強く反応する構造となっている。この性質は、金融市場で観察されるレバレッジ効果を表現することが可能である。したがって、TGARCH は下落局面でボラティリティクラスタリングが起りやすい暗号資産市場などに適していると考えられる。

AVGARCH(1,1)モデル

Absolute Value GARCH は Taylor(1986), Schwert(1990)によって導入された、一般形において $\lambda = \delta = 1, |\eta_{1j}| \leq 1$ とした場合で、TGARCH を拡張し、ボラティリティ反応の基準水準を調整するシフト項を導入したモデルとなる。条件付き標準偏差の式は以下のように表される。

$$\sigma_t = \omega + \alpha \sigma_{t-1} (|z_{t-1} - \eta_{21}| - \eta_{11}(z_{t-1} - \eta_{21})) + \beta \sigma_{t-1}$$

ここで η_{11} は非対称性、 η_{21} は反応の基準点（シフト）を示す。このモデルはショックとして扱う中心的な水準そのものを調整できる点が特徴である。 $\eta_{21} < 0$ ならば、ある程度下落は平常状態として許容し、逆に $\eta_{21} > 0$ ならばある程度の上昇を平常状態として許容する。したがって、 η_{21} それ自体はショックと認識する基準であり、 η_{11} と併せて解釈を行う必要がある。また、TGARCH とは異なり、ショック項に σ_{t-1} が含まれるため、市場局面による感応度の違いを表現することが可能になる。

NGARCH(1,1)モデル

Nonlinear GARCH は Higgins et al.(1992)によって導入された、一般形において $\lambda = \delta = 1, \eta_{1j} = \eta_{2j} = 0$ とした場合で、ボラティリティを非線形に表現するために条件付き分散にパワー変換 λ を導入したモデルである。式は次のように表される。

$$\sigma_t^\lambda = \omega + \alpha \sigma_{t-1}^\lambda (|z_{t-1}|)^\lambda + \beta \sigma_{t-1}^\lambda$$

この時、 $\lambda = 2$ の場合は分散、 1 の場合は標準偏差を表す。 λ が推定可能なのが特徴であり、ボラティリティの変化速度やショックに対する反応の滑らかさを資産特性に応じて柔軟に表現できる。 $\lambda = 2$ を基準としたとき、 $\lambda > 2$ ならば大きな変動に反応しやすく、小さな変動を過小評価する。 $\lambda < 2$ のときは逆に、小さな変動に反応しやすく、大きな変動には反応しづらくなる。このため、金や S&P500 のように比較的安定した市場でも非線形性や漸進的な変動を捉えることが可能になる。

また、上記のモデルにおける誤差項の分布として採用された分布については以下のようなになる。

Johnson SU(JSU) 分布

JSU 分布は Johnson(1949) によって導入された分布であり、 $JSU(\mu, \sigma, v, \tau)$ の4つのパラメータによって表されるが、分析においては標準化して用いるため $\mu = 0, \sigma = 1$ に固定される。よって確率密度関数は次のように表される。

$$f(x) = \frac{\tau}{\lambda \sqrt{2\pi} \sqrt{1+x^2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\gamma + \tau \sinh^{-1}(x))^2 \right] \quad -\infty < x < \infty$$

ここで γ は分布の歪度を、 τ は尖度を示す。これにより、分布の非対称性や裾の厚さを同時に表現することが可能になる。ただし、Rにおける GARCH モデルの推定では、Rigby & Stasinopoulous (2005)による GAMLSS に基づく再パラメータ化された $JSU(\mu, \sigma, v, \tau)$ が実装されているため、上記式とは完全には一致しない。そのため、本研究では解釈の再現性と透明性を担保するため、R4.4.1 の rugarch パッケージ内部に搭載されている djsu 関数を用いて

分布形状を可視化することで歪度(skew)および尖度(shape)パラメータの解釈を行った。(図 4-1、図 4-2)

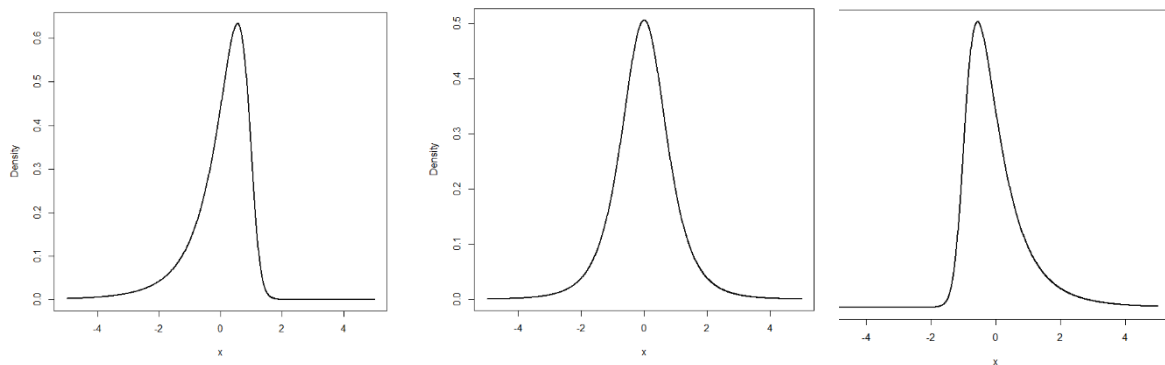


図 4-1 shape=1.5, skew=-2, 0, 2 と変化させた際の JSU 分布の確率密度関数

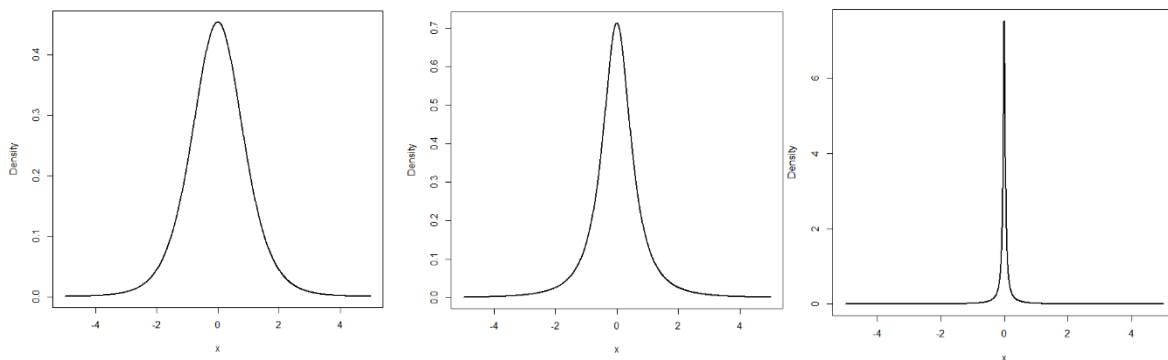


図 4-2 skew=0, shape=2, 1, 0.5 と変化させた際の JSU 分布の確率密度関数

以上により、本研究では skew は 0 を基準に正負によって、shape は相対的な大小によって解釈することとする。

Generalized Error Distribution (GED)

Generalized Error Distribution (一般化誤差分布) は Nelson(1991)によって GARCH モデルに組み込まれた分布であり、確率密度関数は次のように表される。

$$f(z) = \frac{v \exp\left[-\left(\frac{1}{2}\right)\left|\frac{z}{\lambda}\right|^v\right]}{\lambda 2^{(1+\frac{1}{v})} \Gamma(\frac{1}{v})}, \quad \lambda \equiv \left[2\left(-\frac{2}{v}\right) \frac{\Gamma(\frac{1}{v})}{\Gamma(\frac{3}{v})}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad -\infty < z < \infty, \quad 0 < v \leq \infty$$

ここで $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数を表す。この分布では、裾の厚さを調節することができ、 $v=2$ で標準正規分布、 $v>2$ で裾の薄い分布、 $v<2$ で裾の厚い分布を表現する。このパラメータ v の値は rugarch パッケージでの推定の場合、shape 項目で出力される。

5 分析結果

5.1 全期間

以上をふまえ、まず全期間での推定をそれぞれの資産における最適なモデル・分布で行った。以下がその結果であるが、ここからは表の **shape** の行はビットコイン列の場合は JSU 分布の、金および S&P500 列の場合は GED における値を示していることに注意されたい。

資産	ビットコイン (TGARCH)	ビットコイン (AVGARCH)	金	S&P500
μ	0.001353*** (0.000525)	0.001475*** (0.000457)	-9.753×10^{-12} (2.676×10^{-7})	-4.966×10^{-14} (4.037×10^{-7})
ω	0.000394** (0.000179)	0.000425 (0.000339)	1.691×10^{-7} *** (5.998×10^{-9})	7.195×10^{-8} (1.837×10^{-5})
α_1	0.122684*** (0.018660)	0.122007*** (0.037408)	8.011×10^{-5} (1.035×10^{-4})	0.07013 (0.155866)
β_1	0.911177*** (0.014261)	0.908930*** (0.030060)	0.99225*** (0.000339)	0.89318*** (0.190425)
η_{11}	-0.096881 (0.079154)	-0.007688 (0.073674)	-	-
η_{21}	-	-0.138337* (0.078969)	-	-
λ	-	-	2.46883*** (0.041117)	2.09074 (2.936016)
skew	-0.000971 (0.034598)	0.003361 (0.031301)	-	-
shape	1.065384*** (0.040581)	1.067848*** (0.040252)	0.11190*** (0.004302)	0.11067*** (0.011655)
LL	7776.608	7778.382	18999.04	20366.15
AIC	-4.2550	-4.2554	-10.401	-11.150
BIC	-4.2431	-4.2418	-10.391	-11.140

推定値の標準誤差は括弧内に記入 ***1%, **5%, *10%水準で有意

表 5.1 全期間 結果

上記の結果について、はじめに、分布について考察する。ビットコインの分布は **shape** の推定値をみると、TGARCH、AVGARCH のいずれの推定でも統計的にも有意である推定値が得られ、それぞれ 1.065384、1.067848 であることから、やや裾が薄い分布であることが読み取れる。一方、skew の値は統計的にも有意ではなかったが、-0.000971、0.003361 と分布に微量ながらも非対称性がある可能性が示唆される。また、金、S&P500 とともに **shape** の値が 0.11190、0.11067 と 2 より小さく、統計的にも有意であることから、裾の厚い分布であることが読み取れる。

次に、推定されたパラメータについて考察する。モデルが異なる点、有意ではない推定結果が存在する点から単純な比較はできないが、 ω 、 α 、 β についてみると、 ω 、 α とともにビットコインが他資産よりも大きい傾向があり、ボラティリティの基準水準、短期ショックがボラティリティに与える影響度が大きいことが示唆される。 β についてみると、金の推定値が他資産よりも大きい傾向があり、ボラティリティの持続性があることが示唆される。モデ

ルごとの資産の特徴を示すパラメータについてみると、TGARCH、AVGARCH の η_{11} については、統計的には有意な推定値ではなかったが、いずれも負の値を示している。また、AVGARCH の η_{21} については、負の値であり、かつ 10%水準では有意であることから、平常時の市場はやや弱気であり、 η_{11} が負の値であることを加味すると、ショックが少しでも正の方向に動けば、変動が大きくなる逆のレバレッジ効果を持つ可能性を示唆している。NGARCH における λ の推定値は金で統計的に有意、S&P500 で有意ではない結果が得られた。金の λ の推定値は 2.46883 と 2 を超えた値になっており、平常時の小さな変動、ショックへは反応しづらいが、危機時にはボラティリティが急激に跳ね上がる性質を示している。

したがって全期間でみると、ビットコインよりも金や S&P500 のほうが資産として安定しているということが示唆される結果となった。

5.2 2 期間

2020 年 3 月 12 日にコロナショックの影響でビットコイン価格が約 40%下落するという大幅な価格変動が発生した（図 3-2.a 参照）。本研究では、この異常値的な急落が分析結果に影響を及ぼす可能性を考慮し、サンプル期間を二つに分割して分析を行った。具体的には、第 1 期を 2015 年 10 月 1 日から 2020 年 3 月 11 日まで、第 2 期を 2020 年 3 月 12 日から 2025 年 9 月 30 日までと設定した。なお、分析に使用するモデル・分布は全期間分析で使用了なものと同様のモデル・分布とした。

表 5.2 は、それぞれの期間における各資産の基本統計量である。

	コロナ前			コロナ後		
	ビットコイン	金	S&P500	ビットコイン	金	S&P500
データ数	1623	1623	1623	2028	2028	2028
平均値	0.00216	0.00024	0.00022	0.00156	0.00044	0.00049
中央値	0.00218	0.00000	0.00000	0.00063	0.00000	0.00000
最大値	0.22760	0.04693	0.04840	0.17742	0.04297	0.09089
最小値	-0.18694	-0.03547	-0.07901	-0.16995	-0.05898	-0.12766
標準偏差	0.03903	0.00648	0.00766	0.03147	0.00819	0.01056
歪度	-0.13811	0.30503	-1.19898	0.00885	-0.27955	-0.24696
尖度	7.04207	8.26803	18.1251	6.6994	7.70436	25.4096

表 5.2 基本統計量

まず、平均値については、ビットコイン・金・S&P500 のいずれもコロナ後にやや低下しており、特にビットコインの平均収益率は 0.0021630 から 0.0015595 へと減少している。これは、コロナショック以降、ボラティリティの上昇とともに収益の安定性が低下したことを示唆している。

標準偏差に注目すると、コロナ後にビットコインは 0.0390 から 0.0315 へ、S&P500 は 0.0077 から 0.0106 へと変化しており、市場ごとにボラティリティの推移が異なる。すなわち、ビットコイン市場ではコロナ後に変動幅がやや縮小した一方、株式市場（S&P500）ではむしろ変動性が拡大している。また、金価格は標準偏差が 0.0065 から 0.0082 に増加しており、安全資産としての需要増加期に価格変動がやや強まったことがうかがえる。

歪度を見ると、コロナ前の S&P500 は -1.1989 と大きく左に歪んでいたが、コロナ後には -0.247 程度へと改善しており、分布の非対称性が弱まっている。一方、ビットコインでは歪度が -0.138 から 0.009 へと変化しており、リターン分布がより対称的になったことが分かる。尖度はいずれの資産でも非常に高く、特に S&P500 ではコロナ後に 25.4 と極めて高い値を示しており、極端な価格変動が存在することを示唆している。総じて、コロナ後は各市場でボラティリティ構造と分布特性が変化しており、特に S&P500 における尖度の上昇は、リスクの非対称性が強まったことを示唆している。

これら 2 つの期間に対して、さきほどと同じ種類の GARCH モデルを推定し他結果が表 5.3 および表 5.4 である。

	ビットコイン (TGARCH)	ビットコイン (AVGARCH)	金	S&P500
μ	0.001263** (0.000637)	0.001483* (0.000853)	-3.053×10^{-9} (6.909×10^{-6})	-1.572×10^{-9} (2.713×10^{-5})
ω	0.000355 (0.000233)	0.000397** (0.000197)	4.270×10^{-8} (1.441×10^{-6})	5.711×10^{-8} (1.528×10^{-6})
α_1	0.169757*** (0.031510)	0.170119*** (0.023387)	0.042098 (0.103401)	0.049867 (0.162079)
β_1	0.889903*** (0.020296)	0.881658*** (0.013063)	0.890298*** (0.216058)	0.889202*** (0.304812)
η_{11}	-0.181434* (0.097936)	-0.054297 (0.082172)	-	-
η_{21}	-	-0.183054*** (0.048353)	-	-
λ	-	-	2.427609*** (0.626622)	2.192640* (1.276206)
skew	-0.062891 (0.045256)	-0.056235 (0.051384)	-	-
shape	0.991365*** (0.054247)	0.995722*** (0.056187)	0.302490*** (0.028322)	0.213206*** (0.076048)
LL	3366.022	3367.947	6946.453	7752.752
AIC	-4.1393	-4.1404	-8.5526	-9.5462
BIC	-4.1160	-4.1138	-8.5327	-9.5263

推定値の標準誤差は括弧内に記入 ***1%, **5%, *10%水準で有意

表 5.3 コロナ前結果

	ビットコイン (TGARCH)	ビットコイン (AVGARCH)	金	S&P500	ま
μ	0.001397* (0.000724)	0.001469*** (0.000531)	-3.038×10^{-10} (1.098×10^{-5})	-2.783×10^{-9} (2.070×10^{-5})	
ω	0.000296 (0.000215)	0.000334*** (0.000106)	7.932×10^{-8} (7.827×10^{-5})	2.064×10^{-5} *** (2.869×10^{-6})	
α_1	0.077736*** (0.022805)	0.078659*** (0.006296)	0.036131 (0.580986)	1.119×10^{-8} (0.020445)	
β_1	0.938772*** (0.019979)	0.936795*** (0.001811)	0.887919 (1.409032)	6.626×10^{-6} (0.245295)	
η_{11}	-0.034940 (0.133256)	0.089158 (0.099859)	-	-	
η_{21}	-	-0.205601*** (0.022759)	-	-	
λ	-	-	2.338247 (3.331245)	3.285033*** (0.206614)	
skew	0.065106 (0.048741)	0.067196 (0.041096)	-	-	
shape	1.152800*** (0.050425)	1.152631*** (0.050366)	0.185366 (0.969105)	0.153455*** (0.005018)	
LL	4425.411	4425.784	8820.712	9700.029	
AIC	-4.3574	-4.3568	-8.6930	-9.5602	
BIC	-4.3380	-4.3346	-8.6764	-9.5436	

推定値の標準誤差は括弧内に記入 ***1%,**5%,*10%水準で有意

表 5.4 コロナ後結果

これらの結果について、まず、分布について考察する。コロナ前のビットコインの **shape** の値は TGARCH、AVGARCH のいずれの推定でも 0.991365、0.995722 と小さい値で、統計的にも有意であることから、全期間で分析した際に比べ、やや裾の厚い分布になっていることが読み取れる。

一方、コロナ後の推定結果では値は 1.152800、1.152631 とコロナ前より裾は薄く、正規分布に近い分布になることが読み取れる。このことから、コロナショックを期に、極端な値動きをすることが比較的減ったことが読み取れる。**skew** の値はいずれにおいても統計的に有意とはいえない結果となったが、コロナ前は負の値であることからやや左裾が長く、コロナ後は正の値であることから右裾が長い分布傾向であることを示した。よって、上昇方向に極端値が出やすくなったことが示唆される。また、コロナ前の金、S&P500 の結果はともに **shape** の値が 0.302490、0.213206 と 2 より小さく、統計的にも有意であることから、裾の厚い分布であることが読み取れる。コロナ後の推定でも金の推定値が有意でないのを除けば、同様のことが言えるが、値は 0.185366、0.153455 とやや小さくなっており、コロナショックを境により極端な値動きをしやすくなった可能性を示している。

次に、推定されたパラメータについて考察する。まずはコロナ前だけの結果を見ていく。単純な比較はできないが、 ω 、 α 、 β についてみると、 ω 、 α ともにビットコインが他資産よりも大きい傾向があり、ボラティリティの基準水準、短期ショックがボラティリティに与える影響度が比較的大きいことが示唆される。ただし全期間での分析と比較して、 β に資産

間で大きな差がみられないことから変動の持続性に関していえば大きな差異は認められなかった。他方、コロナ後も同様のことが言えるものの、資産間のパラメータの差はコロナ前よりも小さく、資産性でみると比較的大きく差があるとは言い難い結果となった。特に、ビットコインの推定値をコロナ前後で比較すると、いずれのモデルにおいても α はコロナ後のほうが約 0.092 小さく、逆に β は TGARCH では約 0.049、AVGARCH では約 0.055 大きくなっていることから、短期ショックにより反応しづらく、過去の変動を持続しやすくなった点からもビットコインの資産性がより金に近くなったことを示している。S&P500 のみ、どのパラメータも小さくなったが、コロナ前後での比較から、モデル自体の説明力がないと推察される。モデルごとの資産の特徴を示すパラメータについてみると、TGARCH、AVGARCH の η_{11} については、統計的には有意な推定値ではなかったが、コロナ後の AVGARCH を除いていずれも負の値を示しており、レバレッジ効果とは逆の効果がある可能性を示す傾向があるといえる。AVGARCH の η_{12} については、コロナ前後ともに負の値かつ有意であるが、コロナ前では-0.183054 だったのがコロナ後では-0.205601 になっていることから、コロナ後のほうがやや下落に反応しづらくなっており、逆のレバレッジ効果を起こしやすくなっていることが読み取れる。NGARCH における λ の推定値はコロナ前では金で統計的に有意、S&P500 で有意ではない結果が得られたが、コロナ後では逆の結果となった。値自体はいずれの場合においても 2 を超えており、ショックに対する反応は過敏だが、平常時は相対的に安定していることが示唆される。

したがって、全期間で分析した場合とほぼ同様の資産の特徴を捉えられたといえるが、コロナ前と比べてコロナ後は資産間でさほど大きな差異はなく、ビットコインはより金の資産性に近くなったことが読み取れる結果となった。

5.3 5 期間分析

次に、直近のボラティリティについて分析をするために、データを 2 年ごと、5 期間に分けて分析を行った。以下 2015 年 10 月 1 日から 2017 年 9 月 30 日までを期間①、2017 年 10 月 1 日から 2019 年 9 月 30 日までを期間②、2019 年 10 月 1 日から 2021 年 9 月 30 日までを期間③、2021 年 10 月 1 日から 2023 年 9 月 30 日までを期間④、2023 年 10 月 1 日から 2025 年 9 月 30 日までを期間⑤とする。なお、分析に使用するモデル・分布は全期間分析で使ったものと同様のモデル・分布とした。以下はそれぞれの期間における基本統計量である。

	ビットコイン	金	S&P500
データ数	730	730	730
平均値	0.0039889	0.0001902	0.0003695
中央値	0.0032408	0.0000000	0.0000000
最大値	0.2276022	0.0469283	0.0244169
最小値	-0.1768024	-0.0338448	-0.0365762
標準偏差	0.0359107	0.0072253	0.0060143
歪度	-0.2914862	0.4881543	-0.3529631
尖度	8.977299	8.199166	8.210589

表 5.5 期間①の基本統計量

	ビットコイン	金	S&P500
データ数	729	729	729
平均値	0.0008670	0.0001925	0.0002288
中央値	0.0016419	0.0000000	0.0000000
最大値	0.2033587	0.0244317	0.0484032
最小値	-0.1869389	-0.0216483	-0.0418468
標準偏差	0.0434898	0.0055734	0.0077075
歪度	-0.1044258	0.2229441	-0.7007146
尖度	5.635782	5.795001	10.129418

表 5.6 期間②の基本統計量

	ビットコイン	金	S&P500
データ数	730	730	730
平均値	0.0022789	0.0002357	0.0005231
中央値	0.0015371	0.0000000	0.0000000
最大値	0.1774241	0.0429685	0.0896709
最小値	-0.4972780	-0.0589752	-0.1276573
標準偏差	0.0418952	0.0086531	0.0135944
歪度	-2.1438423	-0.8990487	-1.2481724
尖度	31.40754	10.23100	26.59546

表 5.7 期間③の基本統計量

	ビットコイン	金	S&P500
データ数	729	729	729
平均値	-0.0007953	0.0000669	-0.0000219
中央値	-0.0008580	0.0000000	0.0000000
最大値	0.1361964	0.0352271	0.0539525
最小値	-0.1699465	-0.0301316	-0.0441991
標準偏差	0.0300891	0.0072968	0.0102442
歪度	-0.4321028	0.1287829	-0.1492998
尖度	7.440839	5.975509	6.094599

表 5.8 期間④の基本統計量

	ビットコイン	金	S&P500
データ数	730	730	730
平均値	0.0019251	0.0010082	0.0006090
中央値	0.0008409	0.0000000	0.0000000
最大値	0.1127501	0.0351956	0.0908949
最小値	-0.0893283	-0.0355197	-0.0616091
標準偏差	0.0249425	0.0083615	0.0082918
歪度	0.3227693	-0.0124552	0.6403519
尖度	5.276279	5.853082	28.982604

表 5.9 期間⑤の基本統計量

まず、平均値の推移を見るとビットコインの平均収益率は期間①（2015年～2017年頃）の0.00399から期間②で0.00087へと大きく低下し、コロナ直前期にかけて収益性が減少している。その後、コロナショックを含む期間③では0.00228と一時的に回復したが、期間④では-0.00080とマイナスに転じ、最も低い水準を示した。期間⑤では0.00193と再び上昇しており、ボラティリティが高い中でも収益性が回復していることが分かる。金は全期間を通じて平均値がほぼゼロ付近で推移しており、安全資産としての価格安定性が確認された。S&P500についても全体的に正の平均値を維持しているが、コロナ期にあたる期間③から④にかけて一時的に低下しており、パンデミックに伴う株式市場の不確実性を反映している。

標準偏差に着目すると、ビットコインは期間②から③にかけて変動幅が拡大し、(0.0359→0.0435→0.0419)、コロナショック期に高い変動性を示した。その後、期間⑤には0.0249まで低下し、市場が安定化している様子が確認できる。金は全体を通して標準偏差が小さく、期間③に若干上昇したものの(0.00865)、依然として他資産よりも変動が抑えられている。S&P500はコロナ期の期間③に標準偏差が0.0136と急上昇し、その後も高止まりしており、コロナ以降の株式市場ではボラティリティの上昇が持続していることがわかる。

次に、歪度に注目すると、ビットコインは期間③に-2.143 と極端に負の値を示しており、分布が大きく左に歪んでいる。これは 2020 年 3 月 12 日の約 40% 下落を含む急落局面を反映しており、下方リスクの非対称性が顕著に表れていることを意味する。その後、期間⑤では歪度が正に転じ (0.323)、上昇局面での価格変動が増加していることが示唆される。金は全期間を通じて歪度がほぼゼロ付近で推移しており、価格変動の対称性が高い。S&P500 では期間③に-1.248 と強い左歪みを示しており、株式市場でも下方リスクが優勢であったことが分かる。

最後に、尖度の推移を見ると、全ての資産で 5 を大きく上回っており、いずれも正規分布から大きく乖離している。特にビットコインは期間③に 31.41、S&P500 は 26.60 と極めて高い値を示しており、コロナ期における極端な値動きの頻発を反映している。その後、期間④・⑤では尖度が低下し、分布が徐々に正規性へ近づいていることから、市場の変動性が徐々に沈静化していることが確認される。

以上の結果から、コロナショックを含む期間③において、ビットコインおよび S&P500 のリターン分布は大きな左歪みと高い尖度を示し、リスクの非対称性と極端値の出現頻度が最も高かったことが明らかとなった。その後の期間では、ボラティリティが低下し、分布が安定化する傾向がみられる。

次ページの表 5.10-表 5.14 がそれぞれの期間における選択された GARCH モデルの推定結果である。なお期間⑤における S&P500 については結果が収束しなかった。

	ビットコイン (TGARCH)	ビットコイン (AVGARCH)	金	S&P500
μ	0.001863** (0.000737)	0.002188*** (0.000694)	-4.316×10^{-11} (1.495×10^{-6})	-3.346×10^{-10} (2.522×10^{-5})
ω	0.000649* (0.000362)	0.000770** (0.000374)	5.388×10^{-8} (2.646×10^{-6})	3.626×10^{-8} (6.649×10^{-7})
α_1	0.238149*** (0.061242)	0.233332*** (0.042948)	0.042241 (0.124765)	0.046365 (0.250161)
β_1	0.846133*** (0.033789)	0.827893*** (0.029061)	0.891313*** (0.262765)	0.891121* (0.483561)
η_{11}	-0.328193** (0.165453)	-0.217863 (0.146542)	-	-
η_{21}	-	-0.172019** (0.066793)	-	-
λ	-	-	2.381800** (0.945750)	2.308847 (1.994148)
Skew	-0.086676 (0.064574)	-0.070991 (0.062982)	-	-
Shape	0.938940*** (0.069334)	0.948175*** (0.070969)	0.294893*** (0.016342)	0.203260*** (0.063886)
LL	1638.379	1639.547	3045.058	3669.886
AIC	-4.4695	-4.4700	-8.3262	-10.038
BIC	-4.4255	-4.4197	-8.2884	-10.000

推定値の標準誤差は括弧内に記入 ***1%,**5%,*10%水準で有意

表 5.10 期間①の推定結果

	ビットコイン (TGARCH)	ビットコイン (AVGARCH)	金	S&P500
μ	3.504×10^{-5} (0.001081)	0.000370 (0.000884)	-2.110×10^{-9} (6.146×10^{-5})	-5.506×10^{-10} (3.985×10^{-6})
ω	0.000170 (0.000288)	0.000161 (0.000239)	3.737×10^{-8} (2.690×10^{-5})	5.983×10^{-8} (4.878×10^{-5})
α_1	0.131863*** (0.029761)	0.133667*** (0.020088)	0.046322 (0.106142)	0.05388 (0.995683)
β_1	0.912973*** (0.018385)	0.903856*** (0.011134)	0.921572*** (0.132022)	0.89032 (0.831989)
η_{11}	-0.124537 (0.135619)	0.043607 (0.119396)	-	-
η_{21}	-	-0.297930*** (0.038568)	-	-
λ	-	-	2.086343 (3.542687)	2.61292 (3.054603)
Skew	-0.118718 (0.073685)	-0.112186* (0.065903)	-	-
Shape	1.067881*** (0.087378)	1.083138*** (0.084574)	0.130843*** (0.004145)	0.55517 (0.478224)
LL	1390.297	1391.972	3515.62	2947.963
AIC	-3.7951	-3.7969	-9.6286	-8.0712
BIC	-3.7510	-3.7465	-9.5908	-8.0334

推定値の標準誤差は括弧内に記入 ***1%,**5%,*10%水準で有意

表 5.11 期間②の推定結果

	ビットコイン (TGARCH)	ビットコイン (AVGARCH)	金	S&P500
μ	0.002685 (0.001760)	0.002671 (0.002788)	-1.192×10^{-16} (9.159×10^{-8})	6.653×10^{-11} (1.638×10^{-6})
ω	0.000759 (0.000527)	0.000970 (0.309573)	5.697×10^{-7} (4.709×10^{-7})	1.894×10^{-7} (2.046×10^{-5})
α_1	0.079978*** (0.023201)	0.092709* (0.051187)	0.000388 (0.004609)	0.051016 (0.094090)
β_1	0.927519*** (0.020740)	0.917120*** (0.040230)	0.996538*** (0.005242)	0.878253*** (0.140074)
η_{11}	0.066552 (0.215692)	0.304912 (0.251139)	-	-
η_{21}	-	-0.413000** (0.171700)	-	-
λ	-	-	1.993898*** (0.046068)	2.513659*** (0.869886)
Skew	0.093811 (0.095760)	0.095635 (0.127606)	-	-
Shape	1.175578*** (0.109364)	1.167908*** (0.107292)	0.105867*** (0.014942)	0.605617*** (0.148904)
LL	1424.535	1424.618	3996.013	2693.289
AIC	-3.8837	-3.8811	-10.932	-7.3624
BIC	-3.8396	-3.8308	-10.894	-7.3247

推定値の標準誤差は括弧内に記入 ***1%,**5%,*10%水準で有意

表 5.12 期間③の推定結果

	ビットコイン (TGARCH)	ビットコイン (AVGARCH)	金	S&P500
μ	-0.000198 (0.001001)	4.177×10^{-6} (0.001757)	-3.654×10^{-9} (3.218×10^{-5})	-3.111×10^{-12} (2.313×10^{-7})
ω	0.000302 (0.000859)	0.000314 (0.000460)	5.446×10^{-8} (1.169×10^{-5})	1.008×10^{-7} (3.446×10^{-6})
α_1	0.100225* (0.058953)	0.102772*** (0.029827)	0.045084*** (0.016242)	0.047873 (0.104415)
β_1	0.927804*** (0.060212)	0.925657*** (0.024930)	0.894397*** (0.041474)	0.887524*** (0.212500)
η_{11}	-0.002727 (0.243638)	0.062019 (0.186671)	-	-
η_{21}	-	-0.140505 (0.093466)	-	-
λ	-	-	2.259307*** (0.205207)	2.413451 (0.903909)
skew	0.019129 (0.069143)	0.029477 (0.104687)	-	-
shape	1.021586*** (0.073203)	1.022852*** (0.073099)	0.162796*** (0.032349)	0.297358*** (0.010402)
LL	1632.248	1632.705	3226.982	2875.936
AIC	-4.4588	-4.4574	-8.8367	-7.8736
BIC	-4.4148	-4.4070	-8.7989	-7.8358

推定値の標準誤差は括弧内に記入 ***1%,**5%,*10%水準で有意

表 5.13 期間④の推定結果

	ビットコイン (TGARCH)	ビットコイン (AVGARCH)	金	S&P500
μ	0.001830* (0.000947)	0.001873*** (0.000237)	-2.306×10^{-11} (1.926×10^{-6})	
ω	0.000991 (0.000976)	0.000892*** (0.000023)	1.216×10^{-5} *** (9.724×10^{-14})	
α_1	0.072186** (0.034298)	0.247256*** (0.005858)	8.515×10^{-9} (0.251878)	
β_1	0.911792*** (0.056777)	0.918027*** (0.005441)	3.262×10^{-6} (0.252695)	
η_{11}	0.306191 (0.324891)	0.913528*** (0.011497)	-	
η_{21}	-	-1.736300*** (0.034223)	-	
λ	-	-	3.173421*** (0.210725)	
skew	0.130804* (0.078755)	0.128239** (0.058207)	-	
shape	1.268287*** (0.095361)	1.272573*** (0.092739)	0.152232*** (0.008123)	
LL	1717.496	1720.546	3486.698	
AIC	-4.6863	-4.6919	-9.5362	
BIC	-4.6422	-4.6416	-9.4984	

推定値の標準誤差は括弧内に記入 ***1%,**5%,*10%水準で有意

表 5.14 期間⑤の推定結果

以下では期間ごと考察を行った後、期間による変化をまとめるという形をとる。

期間①について

はじめに、分布について考察する。ビットコインの分布は TGARCH、AVGARCH のいずれの推定でも 0.938940、0.948175 と比較的小さく、統計的に有意であった。このことから、やや裾の厚い分布である傾向を持つことが示唆される。しかしながら、skew の値はいずれも統計的に有意とはいえない結果となったが、-0.086676、-0.070991 といずれもやや左に歪んだ分布傾向であることがいえる。また、金、S&P500 とともに shape の値が 0.294893、0.203260 と 2 より小さく、統計的にも有意であることから、裾の厚い分布であると判断できる。

次に、推定されたパラメータについて考察する。モデルが異なるので単純な比較はできないが、 ω 、 α 、 β についてみると、 ω 、 α とともにビットコインが他資産よりも大きい傾向があり、ボラティリティの基準水準、短期ショックがボラティリティに与える影響度が大きい傾向にあることが示唆される。 β についてみると、金、S&P500 の推定値が他資産よりも大きい傾向があり、ボラティリティの持続性があることが示唆される。モデルごとの資産の特徴を示すパラメータについてみると、TGARCH の η_{11} については、統計的には有意な値が推定され、負の値であることから、レバレッジ効果とは逆の効果が示されたことがいえる。AVGARCH において、統計的に有意な推定値が得られ、 η_{21} の推定値は -0.172019 となった。この結果から、負のショックがボラティリティを抑制する方向に働く可能性が示唆される。 η_{11} については、統計的には有意な推定値ではなかったが、負の値を示しており、レバレッジ効果とは逆の効果を持つ可能性を示した。 η_{11} 、 η_{21} を併せて考えると、正のショックによって変動が大きくなる可能性を示唆している。NGARCH における λ の推定値は金で統計的に有意、S&P500 で有意ではない結果が得られた。金の λ の推定値は 2.381800 と 2 を超えた値になっており、極端なショック、および変動に対する反応は過敏だが、平常時は相対的に安定していることが示唆される。S&P500 も同様に 2.308847 と 2 を超えた値になっており、金と同様の性質を示している。

したがってこの期間でみると、ビットコインよりも金や S&P500 のほうが資産として安定しているということが示唆される結果となった。

期間②について

はじめに、分布について考察する。ビットコインの分布は TGARCH、AVGARCH のいずれの推定でも統計的に有意な値が推定され、1.067881、1.083138 と、期間①よりもやや裾の薄い分布であることが読み取れる。skew の値は AVGARCH のみ 10%水準で有意であり、両モデルにおいても -0.118718、-0.112186 と負の値であることから、期間①よりもやや左に歪んだ分布傾向であることがいえる。また、S&P500 は統計的に有意ではないものの、金、S&P500 とともに shape の値が 0.130843、0.55517

と 2 より小さく、統計的にも有意であることから、裾の厚い分布であると判断できる。ただし、期間①と比べ、金はより裾が厚くなっていることが確認でき、逆に S&P500 はより裾が薄くなった可能性が示された。

次に、推定されたパラメータについて考察する。モデルが異なる点、有意ではない推定結果が存在する点から単純な比較はできないが、 ω 、 α 、 β についてみると、 ω 、 α ともにビットコインが他資産よりも大きい傾向があり、ボラティリティの基準水準、短期ショックがボラティリティに与える影響度が大きいことが示唆される。ビットコインの α については期間①と比べ、両モデルにおいてやや小さくなっていることが確認できる。 β についてみると、いずれの資産も同程度であることが読み取ることができる。特に、期間①と比較してビットコインの β の値が大きくなっていることから、期間②になり、ビットコインが他資産の資産性により近くなっていることが示された。一方、S&P500 は変化がみられないものの、金の β の値は大きくなっており、過去の変動の影響が強まったことを示している。モデルごとの資産の特徴を示すパラメータについてみると、TGARCH の η_{11} については、統計的には有意な推定値ではなかったが、負の値を示しており、レバレッジ効果とは逆の効果をもつ可能性が示唆された。AVGARCH の η_{11} は有意ではないが、正の値となっており、 η_{21} の推定においては、統計的に有意な値が推定され、その推定値は -0.297930 となり、大きく下落した際にレバレッジ効果を持つ可能性を示している。NGARCH における λ の推定値は金、S&P500 ともに有意ではない結果が得られたが、その推定値は 2.086343、2.61292 と 2 を超えた値になっており、極端なショック、および変動に対する反応は過敏だが、平常時は相対的に安定している傾向を示す結果となった。

したがってこの期間でみると、これまでと同様にビットコインよりも金や S&P500 のほうが資産として安定しているということが示唆される結果となったが、その資産性は期間①と比べるとより同質化していることが示された。

期間③について

はじめに、分布について考察する。ビットコインの分布は TGARCH、AVGARCH での shape の推定値は 1.175578、1.167908 であり、いずれの推定でも統計的にも有意であることから、期間①、②よりも裾の薄い分布であることが読み取れる。

skew の値は TGARCH、AVGARCH のいずれの推定でも統計的に有意とはいえない結果となったものの、値は 0.093811、0.095635 と正の値になっており、正方向の価格変化がみられやすくなった可能性を示している。

また、金、S&P500 の shape の値は 0.105867、0.605617 と 2 より小さく統計的に有意であるため、裾の厚い分布であることが示される。期間②と比較すると、金はわずかに裾が厚くなり、逆に S&P500 は裾が顕著に薄くなったことが確認できる。

次に、推定されたパラメータについて考察する。モデルが異なる点、有意ではない推定結果が存在する点から単純な比較はできないが、 ω 、 α 、 β についてみると、 ω 、 α ともにビットコインが他資産よりも大きい傾向があり、ボラティリティの基準水準、短期ショックがボラティリティに与える影響度が大きいことが示唆される。ビットコインの α については期

間②と比べ、両モデルにおいてさらにやや小さくなっていることが確認できる。 β についてみると、いずれの資産も同程度であることが読み取ることができる。特に、期間②と比較してビットコインの β の値が大きくなっていることから、期間③になり、ビットコインが他資産の資産性にさらに近づいていることが示された。一方、金の β の値は期間②よりもさらに大きくなっており、過去の変動の持続性がさらに強まったことが読み取れる。**S&P500**では金の傾向とは逆の結果を示した。モデルごとの資産の特徴を示すパラメータについてみると、**TGARCH**の η_{11} については、統計的には有意な推定値ではなかったが、正の値であり、レバレッジ効果がある可能性を示唆する結果となった。**AVGARCH**の η_{11} については、統計的には有意な推定値ではなかったが、正の値となっており、 η_{21} の推定においては、統計的に有意な値が推定され、その推定値は-0.413000と期間②に比べ、その制約はより強くなっており、さきほどよりもさらに大きな下落に対してのみレバレッジ効果がみられる可能性を示している。**NGARCH**における λ の推定値は金、**S&P500**ともに統計的に有意な結果が得られ、その推定値は1.993898、2.513659と**S&P500**については2を超えた値になっており、極端なショック、および変動に対する反応は過敏だが、平常時は相対的に安定していることが示されたが、金についてはほぼ2に近い値であるものの、わずかなが小さなショックや変動にも反応しやすくなっていることが読み取れる。したがってこの期間でみると、これまでと同様にビットコインよりも金や**S&P500**のほうが資産として安定しているということが示唆される結果となったが、その資産性は期間②と比べるとさらに同質化していることが示された。

期間④について

はじめに、分布の特性について考察する。ビットコインの分布は、**TGARCH**および**AVGARCH**のいずれの推定においても、**shape**の値がそれぞれ1.021586および1.022852であり、統計的に有意であった。このことから、やや裾の薄い分布であると判断できる。ただし期間③と比較すると小幅ではあるが、裾が厚くなっていることが読み取れる。一方、**skew**パラメータはいずれのモデルにおいても統計的に有意ではないものの、値は0.019129、0.029477と正の値になっており、期間③と同様に、正方向の価格変化がみられやすくなった可能性を示している。また、金および**S&P500**においても、**shape**の推定値がそれぞれ0.162796、0.297358と2より小さく、いずれも統計的に有意であることから、裾の厚い分布を有することが示された。ただし、金、**S&P500**ともに値は期間①のそれに近い値をとるようになったことから、金は期間②、③で値動きが極端になりやすかった状況が改善され、**S&P500**は逆の傾向を示す結果となった。

次に、推定されたパラメータについて考察する。モデル間で単純な比較はできないものの、 ω 、 α 、 β の推定結果に注目すると、ビットコインの**TGARCH**および**AVGARCH**では、 ω 、 α が他の資産よりも大きい傾向にあり、ボラティリティの基準水準および短期的ショックがボラティリティに与える影響が強いことが示唆される。特に、期間③と比べ、ビットコインの α の値は大きくなっており、よりショックに反応しやすくなったことが確認できる。また、 β についてもビットコインの推定値が金や**S&P500**を上回っており、ボラティリ

ティの持続性がより強いことが確認された。ただし、金、S&P500 の β はこれまでの期間と比べ、比較的小さくなっており、過去の変動をわずかに反映しづらくなっていることがわかる。非対称性を示す η パラメータについてみると、TGARCH モデルにおける η_{11} は -0.002727 であったが、統計的には有意ではなく、レバレッジ効果と逆の効果は明確には確認できなかった。一方、AVGARCH モデルにおいては η_{11} の推定値が同じく統計的に有意ではないものの、正の値になった。ただし、 η_{21} の推定値は -0.140505 と負であり、統計的には有意ではないものの、若干の下落を許容する結果となった。したがって、期間④におけるビットコイン市場では、非対称性の存在は限定的であることが示された。さらに、分布形状を表す λ の推定結果に注目すると、金では 2.259307、S&P500 では 2.413451（有意ではない）という値が得られた。特に金の λ が 2 を上回っていることから、金、S&P500 とともに極端のショック、および変動に対する反応は過敏だが、平常時は相対的に安定していると解釈できる。したがってこの期間でみると、ビットコインよりも金や S&P500 のほうが資産として安定しているということが示唆される結果となった。

期間⑤について

はじめに、分布の特性について考察する。なお、金の推定値は極端に小さく、S&P500 に関してはそもそも収束せず、推定が不成立となった。そのため、金、S&P500 の期間⑤の推定結果は解釈上の信頼性に限界があると考えられるため、解釈は参考的なものとする。ビットコインの分布は、TGARCH および AVGARCH のいずれの推定においても shape の推定値がそれぞれ 1.268287 および 1.272573 と統計的に有意であった。このことから、ビットコインの分布は期間①～④の中では最も裾の薄い分布であることが示唆される。一方、skew の推定値はいずれも統計的に有意ではなく、分布の非対称性は確認されなかった。また、金においては shape の推定値が 0.152232 と 2 より小さく、統計的に有意であることから、裾の厚い分布形状が確認された。

次に、推定されたパラメータについて考察する。モデル間で単純な比較はできないが、 ω および α についてはビットコインが他の資産よりも大きい傾向を示しており、ボラティリティの基準水準および短期ショックがボラティリティに与える影響度が高いことが示唆される。また、 β についてもビットコインの推定値が金を上回っており、ボラティリティの持続性がより強いことが確認された。すなわち、ビットコイン市場では一度上昇した変動が長期的に持続しやすく、安定化に時間を要する傾向がみられる。これに対して、金では β が小さく、ボラティリティがより早く収束する傾向が示された。非対称性を示す η パラメータについてみると、TGARCH モデルのおよび、AVGARCH モデルの η_{11} はいずれもこれまでで最も大きい正の値を示したが、統計的に有意ではなく、レバレッジ効果を持つ可能性を示すにとどまった。一方で、 η_{21} は -1.736300 とこれまでで最も小さい負の値を示し、統計的に有意であった。この結果は、レバレッジ効果を生むためには極端な下落が必要なものの、その非対称性は大きくなる可能性を示唆している。すなわち、期間⑤におけるビットコイン市場では、抑制が強いとはいえ、価格下落に対して変動性が拡大するという非対称的なリスク構造が存在していることが示唆している。さらに、 λ パラメータの推定結果に注目すると、金で

は 3.173421 と統計的に有意な値を示した。金の λ が 2 を上回っていることから、金市場ではショックに対する反応は過敏だが、平常時は相対的に安定していることが示唆される。したがってこの期間でみると、ビットコインよりも金のほうが資産として安定しているということが示唆される結果となった。

期間ごとの比較

本節では、前節における各期間（①～⑤）の推定結果をもとに、分布特性およびボラティリティ特性の時系列的変化について総合的に考察する。

まず、分布特性の変化についてみると、期間①におけるビットコインの shape パラメータは 0.95 前後であったが、期間を経るにつれ、その推定値は期間④で小さくなったものの、全体として大きくなる傾向にあり、期間⑤では 1.27 前後となった。これは、市場が成熟化する過程において、徐々に裾の薄い分布に近づいていることを示唆している。

次に、ボラティリティ特性に関して、 ω および α の推定値に着目すると、全期間を通じてビットコインが他の資産（特に金および S&P500）よりも高い値を示した。これは、ボラティリティの基準水準が高く、短期的ショックに対して強く反応する市場構造を有していることを意味する。一方、 β の推定値に関しては、期間①では金や S&P500 の方が大きく、ボラティリティの持続性が高い傾向がみられたが、期間④以降では金の β の推定値が低下し、ビットコインの β が他資産を上回る結果が得られている。このことから、ビットコイン市場では時間の経過とともに相対的にボラティリティの持続性が強い資産となり、一度上昇した変動が長期的に残存しやすい資産となっているといえる。

さらに、非対称性（レバレッジ効果）に関連する η パラメータの推定結果をみると、期間①では η_{11} は負の推定値を示しつつも統計的に有意ではなく、むしろレバレッジ効果とは逆の挙動が観察された。これに対して、期間②以降では AVGARCH モデルにおいて有意な正の推定値が得られるケースが増加しており、レバレッジ効果が起こる可能性を示唆している。しかしながら、同時に η_{21} はむしろ小さくなる傾向を示しており、特に、期間⑤では、 η_{21} が -1.736300 と最小かつ明確に有意な負の値を示しており、より大きな負のショックに対してのみ、レバレッジ効果を生むように抑制する効果を持つことが示唆される結果となった。つまり、-1.736300 までの下落はショックとして認識しないようになっており、市場が成熟化する過程で、下落局面においてリスクを縮小させる構造が明確化していると解釈できる。

また、分布形状パラメータ (λ) の動向に着目すると、金および S&P500 ではおおむね 2 前後もしくはそれを上回る推定値が得られており、小さいショック、および変動に対する反応が比較的安定していることが確認された。このことから、金及び S&P500 市場では大きなショック、および変動に対する反応は過敏だが、平常時は相対的に安定していると解釈できる。

以上の結果を総合すると、ビットコインは全期間を通じて他の伝統的資産（特に金や S&P500）と比較してボラティリティ水準が高く、短期ショックへの感応度が強い資産であり、直近の変動の持続性が相対的に強い資産であることが明らかとなった。しかしながら、

期間を経るにつれ、やや裾が薄くなりつつある傾向が観察され、負のショックに対してボラティリティを抑制する傾向が示唆されるなど、リスク構造が安定の方向に推移していることが確認された。一方で、金や S&P500 は期間を通じて比較的安定的なボラティリティ構造を維持しており、 λ パラメータの推定結果からもショック吸収力が高いことが示された。したがって、ビットコインは依然として高リスク・高変動の特性を有する一方、リスク分散の観点から金以外の投資先として、安定的な資産の役割を果たせるポテンシャルを示していると結論づけられる。

6. 結語

本研究の目的は、ビットコイン・金・S&P500 という主要資産のボラティリティ構造と分布特性を比較し、ビットコインが投資ポートフォリオにおいて安定資産として機能しうるかを検証することであった。

分析の結果、ビットコインは全期間を通じて他の資産に比べてボラティリティ水準が高く、短期的ショックに対する感応度およびボラティリティの持続性が顕著であることが確認された。一方で、金および S&P500 の λ パラメータは 2 を上回っており、ショックに対して過敏に反応するが、平常時は相対的に安定的な分布構造をもつことを示す結果となった。また、期間を追うごとにビットコインの分布は裾の薄い形状を強め、レバレッジ効果（下落時の変動拡大）が顕著化するなど、リスク構造が非対称的に推移していることが示唆された。一方で、期間②以降では AVGARCH モデルの η_{21} において有意な負の推定値が得られるケースが増加しており、直近では負のショックがボラティリティを抑制する方向に働く可能性を示唆する結果となり、より大きな負のショックに対してもボラティリティを抑制する効果を持つことが示唆される結果となった。これは、市場の成熟化など市場構造の変化を反映している可能性がある。ただし、全期間で分析した結果、ビットコインはむしろ逆のレバレッジ効果を持つ可能性も示している。

一見すると、金は β の推定値が高く、ボラティリティの持続性が強いように見える。しかし、同時に ω および α が小さいことから、変動の基準水準自体は低く、ショックに対する即時的な反応も限定的である。したがって、金は短期的変動が小さく、安定的な価格推移を示す資産であると解釈できる。すなわち、 β の高さは不安定性を示すものではなく、むしろ

「低ボラティリティが安定的に維持される」ことを反映しており、伝統的な安全資産としての特性を裏付ける結果である。

これらの結果から、ビットコインは依然として高リスク・高変動の投機的な性格を有し、伝統的な安全資産である金とは異なる特性を持つことが確認された。本研究の結果は、ビットコインが短期的なリターン獲得手段としては有効である一方で、ポートフォリオ全体のリスク分散効果を高める安定資産としての役割は限定的であることを示唆している。一方で、多期間分析の結果、ビットコイン市場では裾の薄い分布構造とともに、負のショックに対してボラティリティを抑制する傾向が示唆された。初期のビットコイン市場では、こうした反応パターンが不明確であり、ランダムかつ非再現的な変動が主であった。しかしながら、分布の裾が少しずつではあるが薄まりつつある点、また AVGARCH モデルにおける η_{21} の推定値が

負の値を示し、その絶対値も拡大している傾向にある点から、市場が成熟する過程でボラティリティの構造が安定化する方向に動いていると考えられる。二期間分析においてはコロナ前後でのビットコインの資産性がより金に近くなっていることも示された。これらの結果は、将来的にビットコインのボラティリティがより予測可能になり、安定資産として機能する可能性を示唆している。

本研究では、資産のリターン変動を捉えるために GARCH 系モデルを用いたが、この手法にはいくつかの限界が存在する。第一に、GARCH モデルは過去の分散情報をもとに条件付き分散を推定するものであり、突発的な構造変化やマクロ経済要因、政策変動などの外生ショックを十分に反映できないという制約がある。また、ビットコイン市場のように 24 時間取引が行われる一方で、金、および S&P500 は土日の市場が閉場していることから、後者二つの資産に対して、前営業日の終値を反映させる形でデータ調整をした。その影響で、変動が 0 になる日数が増えてしまったため、変動を分析する GARCH 系モデルでの分析には限界があった。

第二に、本研究ではビットコイン・金・S&P500 をそれぞれ独立に分析したが、実際の金融市場では資産間の価格変動が相互に影響し合う。特に、地政学リスクや金利変動、金融ショックなどの局面では、リスクが一方の市場から他方へ波及する可能性がある。したがって、今後は DCC-GARCH や BEKK-GARCH などの多変量 GARCH モデルを用いて、資産間の動的相関やリスク伝播のメカニズムを同時に評価する必要がある。

第三に、本研究では資産の特性に応じて TGARCH、AVGARCH、NGARCH など異なるモデルを用いたが、その結果としてパラメータの直接比較は難しく、非対称性の強度やショックへの感応度を共通の尺度で評価することが困難であった。将来的には、共通のモデル枠組みのもとで全資産を同時推定し、非対称効果やショック反応を統一的に比較できる分析設計を構築することが望まれる。

謝辞

本論文の作成にあたり、指導教官として終始多大なご指導を賜った、慶應義塾大学経済学部 倉大輔教授に深謝いたします。また、長倉大輔研究会の先輩方もメンターとして様々なご助言をして頂きました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

データ

Investing.com (2025). 「Bitcoin, XAU/USD, SPX の時系列データ」 [データセット]. <https://jp.investing.com/> (取得日 : 2025/10/06)



参考論文

Bouri, E., & Gupta, R. (2017) "Does Bitcoin hedge global uncertainty? Evidence from wavelet-based quantile-in-quantile regressions".

Finance Research Letters Volume 23, pp.87-95

Cheah, T., & Fry, J. (2015) "Speculative bubbles in Bitcoin markets? An empirical investigation into the fundamental value of Bitcoin".

Economics Letters, Volume 130, pp.32-36

Dyhrberg, A. H. (2016) "Bitcoin, gold and the dollar - A GARCH volatility analysis".

Finance Research Letters Volume 16, pp.85-92

Hentshel, L. (1995) "All in the family Nesting symmetric and asymmetric GARCH models". *Journal of Financial Economics*,

Volume 39, Issue 1, pp.71-104

Higgins, A. C., & Duxbury E. L., & Irving R. H. (1992)"Work-family conflict in the dual-career family". *Organizational Behavior and Human Decision Processes*

Volume 51, Issue 1, pp.51-75

Johnson, N. L. (1949)"System Of Frequency Curved Generated By Methods Of Traslation". *England: Oxford University Press*

Biometrika, Vol.36 (1-2), pp.147-176

Katsiampa, P. (2017) "Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models".

Economics Letters, Volume 158, pp.3-6

Nelson Daniel B. (1991) "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach". *Econometrica Volume 59, Issue 2*, pp.347-370

Rigby, R. A., & Stasinopoulos, D. M. (2005) "Generalized additive models for location, scale and shape". *Oxford, UK: Blackwell Publishing Ltd Applied statistics, Vol.54 (3)*, pp.507-554

Schwert, G. W., & Pagan, R. A. (1990)"Alternative models for conditional stock volatility". *Journal of Econometrics, Volume 45, Issue 1-2*, pp.267-290

Taylor, Stephen J. (1986) "Modelling financial time series". Chichester [West Sussex] : Wiley

Zakoian, M, J. (1994)"Threshold heteroskedastic models". *Journal of Economic Dynamics and Control, Volume 18, Issue 5*, pp.931-935