

# JREIT のボラティリティ予測モデル

長倉大輔研究会 大橋潤也・鴨志田竜一

## 要旨

本稿ではボラティリティの時系列予測モデルの予測力を米国 REIT と JREIT で以下 2 点について比較した。

- (1) 長期データによる推定力の比較
- (2) 安定期に限定したデータによる推定力の比較

まず(1)について検証した結果、米国 REIT における予測力の方が JREIT より高いことが分かった。しかしながら、長期記憶性を持つモデルの方が、予測力が高いことは両者に共通していた。(2)について検証した結果、(1)と同様に、米国 REIT の方が、予測力が高いことが分かった。それと同時に米国 REIT のボラティリティは安定期だけ取り出すと長期記憶性に関わらず予測力は上がるが、JREIT においては長期記憶性を持つモデルでのみ予測力が上がることが分かった。以上の議論より、安定期か否かに関わらず、時系列モデルによる JREIT のボラティリティの予測力は米国 REIT に劣り、より精度の高い予測のためには長期記憶性をもつ時系列モデルを使うことが必要であることが分かった。

## 目次

### 第1章 序論

### 第2章 先行研究と分析指針

#### 2-1 REIT に関する先行研究

#### 2-2 先行研究に基づく分析指針

### 第3章 モデル

### 第4章 データと分析手法

#### 4-1 データ

#### 4-2 ボラティリティ予測力の比較方法

### 第5章 分析結果

#### 5-1 直近 10 年分のデータを利用した分析

#### 5-2 安定期におけるデータを利用した分析

### 第6章 考察

#### 6-1 10 年分のデータから推定した結果の考察

#### 6-2 安定期のデータから推定した結果の考察

### 第7章 結論

## 参考文献

## 第 1 章 序論

REIT(不動産投資信託)は投資家から集めた資金で、オフィスビルや商業施設、マンションなど複数の不動産を購入し、その賃貸収入や売買益を投資家に分配する商品である。REIT は 1960 年代以降、アメリカを始めとする世界各国で導入され、日本では 2001 年に初めて導入された。日本の REIT は通称 JREIT と呼ばれている。JREIT 市場が開設されてから 17 年が経ち、規模は拡大し現在時価総額は 12 兆円を超えている。また運用対象資産も増加し多様化している。このような状況下にある JREIT だが、研究の進度は今一つと言える。特に米国と比べると遅れていると言えるだろう。そこで本研究では米国 REIT の先行研究をもとに JREIT のボラティリティをモデルによって予測する。そのうえでモデルの予測精度を比較するとともに、米国 REIT との比較を行うことを目的とする。

## 第 2 章 先行研究と分析指針

本章では REIT についての先行研究を概説していく。また本研究の分析指針についても明記する。

### 2-1 REIT に関する先行研究

JREIT に関する研究はいくらかあるが、大橋・永井・八並(2005)の JREIT リターンの時系列分析や、金(2015)の JREIT のパフォーマンスに関する実証分析など、リターンを他の資産や市場との比較分析をしている研究が多い。そのため本節では、JREIT ではなく米国 REIT のボラティリティをモデルによって予測している研究について概説する。

Zhou・Kang(2009)は米国 REIT のボラティリティをいくつかのモデルで予測し、その予測精度を比較、分析している。手法としてはまず GARCH モデル・EGARCH モデル・FIGARCH モデル・FIEGARCH モデル・SV モデル・ARFIMA モデルのそれぞれのパラメーターを推定する。次にモデルで推定されたパラメーターを使って REIT ボラティリティを予測している。ボラティリティの予測精度を比較する指標として RMSE と MAE を用いている。このとき真のボラティリティは未知であるため、その代理変数として RV と HV を採用している。以上を踏まえ RMSE と MAE の代理変数が RV の場合と HV の場

合を、それぞれのモデルで求めている。またすべてのデータを用いた分析だけでなく、データを分割した場合の分析も同様に行っている。これはリーマンショックなどの大きなショックの影響を排除するためとしている。それに加え日次リターンだけでなく、五日毎や二十日毎などでも同様に分析している。最終的に ARFIMA モデルや FIGARCH モデルなどの、長期記憶性を持つモデルの方が予測精度は高いと結論づけている。

## 2-2 先行研究に基づく分析指針

本研究は Zhou・Kang(2009)の先行研究に基づいて行う。複数のモデルのパラメーターを推定し、またボラティリティの予測を行う。そのうえで RMSE を用いて予測精度を比較し、また分析結果を Zhou・Kang(2009)の分析結果と比較し、米国 REIT と JREIT の相違点・共通点を考察する。ただし分析対象は日次リターンのみとする。またデータサンプルを分割し、データすべてでの分析とリーマンショックなどの時期を除いた、安定期のデータでの分析も行う。

## 第3章 モデル

金融時系列において、時系列の変動が大きくなるとしばらく変動の大きい時期が持続し、変動が小さくなるとしばらく変動の小さい時期が持続する現象がしばしば観察される。これはボラティリティ・クラスタリングと呼ばれ、これを表現するモデルとして ARCH モデルがある。GARCH モデルはそれを一般化したモデルである。GARCH(generalized ARCH)モデルは Bollerslev によって提案され、ARCH モデルの過去の収益率の予想できないショックの二乗に過去のボラティリティを加えたモデルであり、ボラティリティの変動を以下のように定式化する。

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, T$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2$$

$$\omega > 0, \beta_i, \alpha_j, \gamma_j \geq 0 (i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, q)$$

ここで、 $r_t$ は金融証券の収益率(変化率)、 $\varepsilon_t$ は平均 0、分散 1 の i.i.d.確率変数である。本稿では  $\varepsilon_t$ の分布に正規分布を仮定する。以下の  $\varepsilon_t$ も同様である。

株式市場では、株価が上がった日の翌日より、下がった日の翌日の方がボラティリティはより上昇する傾向があることが知られている。GARCH モデル

ではこうしたボラティリティの変動の非対称性を捉えることができない。このような現象を考慮したモデルとして EGARCH モデルがある。EGARCH モデルでは、ボラティリティ  $\sigma_t^2$  ではなく、対数値  $\ln(\sigma_t^2)$  の変動を以下のように定式化する。

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^p \beta_i [\ln(\sigma_{t-i}^2 - \omega) + g(z_{t-1})] + \sum_{j=1}^q \psi_j g(z_{t-j-1})$$

ただし、

$$g(z_{t-j-1}) = \theta_{z_{t-1}} + \gamma[|z_{t-j-1}| - E(|z_{t-j-1}|)]$$

多くの経済の時系列において、長期記憶性が観測されるが、そのような系列を表現するモデルとして ARFIMA モデルと FIGARCH モデルがある。まず ARFIMA(p,d,q) モデルは以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \Phi(L)(1-L)^d y_t &= \Theta(L)\varepsilon_t \\ \Phi(L) &= 1 - \phi_1 L - \phi_1 L^2 \dots - \phi_p L^p \\ \Theta(L) &= 1 - \theta_1 L - \theta_1 L^2 \dots - \theta_p L^p \end{aligned}$$

また GARCH(p,q) モデルは簡単な変形によって、ARMA(p,q) の形に表現できる。そしてそれをさらに実数差分オペレーター  $(1-L)^d$  を作用させて一般化したモデルが FIGARCH モデルであり、以下のように示す。

$$\phi(L)(1-L)^d r_t^2 = \phi_0 + (1 - \theta(L))\tau_t$$

## 第4章 データと分析手法

### 4-1 データ

本稿の分析に用いた日次リターンは Bloomberg から入手した、2008年9月30日から2018年9月28日までの東証 REIT 指数の日次変化率(%)である。これらは以下の式から算出した。

$$r_t = 100 * \ln(S_t/S_{t-1})$$

ここでの  $S_t$  は t 期の東証 REIT 指数の終値を示し、 $S_{t-1}$  は t-1 期の終値を示す。

東証 REIT 指数は東京証券取引所が算出、公表している時価総額荷重型の指数である。算出方法は 2003 年 3 月 31 日の時価総額を 1000 ポイントとして、その後の時価総額を指数化したものである。

#### 4-2 ボラティリティ予測力の比較方法

モデルを用いて、ボラティリティの予測力を比較する。まず各モデルのパラメーターを推定し、次にパラメーターの推定値を用いて  $\sigma_t^2$  の予測を行い、予測値  $\hat{\sigma}_t^2$  を得る。最後に  $\hat{\sigma}_t^2$  の  $\sigma_t^2$  に対する精度を比較することで、各モデルのボラティリティ予測力を測る。ただし  $\sigma_t^2$  は未知であるため、本稿では  $r_t^2$  と  $HV_t$  (Historical Volatility, 歴史的変動率) を真のボラティリティの代理変数として用いた。

また  $\hat{\sigma}_t^2$  の  $\sigma_t^2$  に対する精度を比較する指標として RMSE (平均平方二乗誤差) を用いた。これは以下のように与えられる。

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{\sigma}_i^2 - \sigma_i^2)^2}$$

### 第 5 章 分析結果

#### 5-1 直近 10 年分のデータを利用した分析

まず、2008 年 10 月 1 日から 2018 年 9 月 28 日までの日次データから、各々のモデルで RMSE によって評価した結果を以下に示した。表中では米 REIT によって得られるデータと比較できるように並べて表示している。

	米国REIT		JREIT	
	HV	RV	HV	RV
GARCH(1,1)	0.0039	0.0065	0.3972	0.9115
EGARCH(1,1)	0.0072	0.0079	0.3941	0.9125
FIGARCH(1,1)	0.0038	0.0061	0.3557	0.8946
ARFIMA(1,d,1)	0.0029	0.0057	0.3448	0.5881

JREIT のデータによる結果を見てみると、4 つのどのモデルにおいても米 REIT と比べて RMSE の値は大きいことが分かる。JREIT のデータを HV に

よって推定したモデルの評価と RV を利用して推定したモデルの評価を比べると、4つのどのモデルにおいても HV を利用したモデルの方が RMSE は小さいことがわかる。しかしながら ARFIMA(1,d,1)モデルにおいては、他のモデルに比べて RMSE の値が小さい。

## 5-2 安定期におけるデータを利用した分析

	米国REIT		JREIT	
	HV	RV	HV	RV
GARCH(1,1)	0.0035	0.0052	1.2528	0.996
ARFIMA(1,d,1)	0.0012	0.0034	0.281	0.1591

本稿では 2008 年 9 月 30 日から 2018 年 9 月 28 日を半分に分けた際の後半部分を安定期とし、その期間のデータのみを用いて前項と同様の分析を行った。まず、米国 REIT においては、GARCH モデルにおいても ARFIMA モデルにおいても安定期による RMSE の結果が小さい。しかしながら、JREIT においては、GARCH モデルにおいては安定期の方が値は大きくなっているのに対して、ARFIMA モデルにおいては安定期の方が RMSE は小さくなっている。特に、RV によって推定した ARFIMA モデルにおいては、大きく減少している。

## 第 6 章 考察

### 6-1 10 年分のデータから推定した結果の考察

まず米国 REIT における推定によって得られる RMSE よりも JREIT における推定結果の RMSE の方が値は大きくなることに関しては、REIT 市場の規模や流動性の違いと考えられる。米国の REIT は他の国と比較しても非常に規模が大きく、現在の JREIT と比べても流動性が高いことが考えられる。その結果として、モデルとの誤差が大きくなっていることが考えられる。

また、ARFIMA モデルにおける RMSE の値が他モデルと比べて小さいことは、ARFIMA モデルの長期記憶性が特に強いことが原因と考えられる。FIGARCH モデルも同じく長期記憶性をもつため、GARCH モデルや EGARCH モデルによる RMSE よりも値が小さいことが考えられる。これらのことから、モデルの推定力という視点では、JREIT においても、米国の



REITと同様に ARFIMA モデルが最も適していることが分かった。

予測力の観点で JREIT と米国 REIT を比較すると、米国 REIT が JREIT よりも大きく価格変動することを考慮して、JREIT のボラティリティは米国 REIT ほど高い精度をもって予測するモデルを持たないことが分かる。

## 6-2 安定期のデータから推定した結果の考察

米国 REIT においては、モデルの長期記憶性に関わらず RMSE の値が小さくなったのに対して、JREIT の場合は、長期記憶性をもつ ARFIMA モデルの RMSE は小さくなったが、GARCH モデルにおいては RMSE が大きくなった。そのため、米国 REIT と比べて、JREIT の安定期においてはより強い長期記憶性が存在することを示している。

モデルの予測力という観点では、米国 REIT が JREIT よりも大きく変動することを考慮すると、安定期であっても JREIT のボラティリティは米国 REIT ほど高い予測力をもったモデルがないことが分かる。

## 第 7 章 結論

以上の議論より、JREIT のボラティリティは米国 REIT と比べてあまり高い精度をもって時系列モデルで推定することができないことが分かった。そのため、実際に予測をする際には、日本の不動産市場の状況やマクロ要素を加味して予測する必要があるといえる。しかしながら ARFIMA モデルでの精度が他と比べ高く、また FIGARCH が他の GARCH 型モデルよりも精度が高いことから、JREIT のボラティリティ予測には長期記憶性を考慮したモデルを用いるべきといえる。

## 参考文献

- 1) Jian Zhou and Zhixin Kang.(2009). A Comparison of Alternative Forecast Models of REIT Volatility, The Journal of Real Estate Finance and Economics, 42, 275-294.
- 2)伊藤隆康.(2013). 日本の REIT 市場に関する実証分析—株価と金利の影響及び国際間における連動制の検証, 信託研究奨励金論集第 34 号.
- 3)山中孝太郎、田中勇毅.(2017). マイナス金利環境下における J-REIT リターンの実証分析. 月間資本市場第 387 号.
- 4)前川功一(2010). ファイナンス時系列における長期記憶系列の発生メカニズムについて. 広島経済大学経済研究論集第 32 巻 4 号.
- 5)金静之(2015). J-REIT のパフォーマンスに関する実証分析—株式市場、債券市場、不動産市場との比較視点から. 社会科学第 45 巻 3 号.
- 6)大橋和彦、永井輝一、八並純子(2005). J-REIT リターンの時系列分析—2001 年 9 月から 2004 年 10 月までの週次及び月次データによる分析—. 国土交通政策研究第 53 号.