

マルコフレジームスイッチングモデルの推定[†]

1. マルコフレジームスイッチング(MS)モデルを推定する。

1.1 パッケージ "MSwM" インストールする。

MS モデルを推定するために R のパッケージ MSwM をインストールする。パッケージとは通常の R には含まれていない、追加的な R のコマンドの集まりのようなものである。R には追加的に 600 以上のパッケージが用意されており、それぞれ分析の目的に応じて標準の R にパッケージを追加していくことになる。

インターネットに接続してあるパソコンで R を起動させ、「パッケージ」→「パッケージのインストール...」→「(適当なミラーサイトを選ぶ)」→「MSwM」→「OK」とクリックする。すると(いろいろとインストールの途中経過が表示されて)パッケージのインストールが自動的に終わる。(上記の作業は次回以降はやる必要はないが、以下の作業は R を起動するたびに毎回やる必要がある)。次にインストールしたパッケージを使うためにコマンドウィンドウ (R Console) に

```
> library(MSwM)
```

と入力すると(library()関数はインストールしたパッケージを読み込むための関数)、再びコマンドウィンドウ上にいろいろと表示されパッケージ MSwM を使用できるようになる。

1.2. マルコフレジームスイッチングモデルを推定する。

まず使用するデータを読み込む。今回は tsdata.txt の topix の対数階差変化率に対してレジームスイッチングモデルを推定する。

まずデータを読み込む。ディレクトリをデータ tsdata.txt の置いてあるフォルダに変更し、

```
> tsdata=read.table("tsdata.txt",header=T)
```

と入力する。次に対数階差による変化率を計算する。

```
> topixrate=diff(log(tsdata$topix))
```

以下このデータの t 時点での値を y_t と表すとする。まず以下のレジームスイッチングモデルを推定してみる。

$$\text{(レジーム 1)} \quad y_t = c_1 + \varepsilon_{1,t}, \quad \varepsilon_{1,t} \sim (0, \sigma_1^2)$$

$$\text{(レジーム 2)} \quad y_t = c_2 + \varepsilon_{2,t}, \quad \varepsilon_{2,t} \sim (0, \sigma_2^2)$$

(よくわからないが誤差項に正規分布を仮定しているかもしれない)。

[†]この資料は私のゼミおよび講義で R の使用法を説明するために作成した資料です。ホームページ上で公開しており、自由に参照して頂いて構いません。ただし、内容について、一応検証してありますが、間違いがあるかもしれません。間違いは発見次第、継続的に修正していますが、間違いがあった場合でもそれによって生じるいかなる損害、不利益について責任は負いかねますのでご了承ください。

まず y_t を 定数項だけに回帰する。

```
> levelmod = lm(topixrate~1)
```

次にこの出力を使って先ほどのレジームスイッチングモデルを推定する。以下のように入力する。

```
> levelswmod = msmFit(levelmod, k=2, p=0, sw=c(T, T))
```

ここで、 k はレジーム数、 p は各レジームでの自己回帰モデルの次数、 sw は各レジームで定数項を含んだ説明変数の数が 1 つの時は $c(T, T)$ (ここでは定数項のみなので上記のようになる)、2 つの場合は $c(T, T, T)$ 、3 つの場合は $c(T, T, T, T)$ と説明変数の数プラス 1 の数だけ T を増やしていく。

推定結果を見るには

```
> summary(levelswmod)
```

とする。以下のように出力される。

Markov Switching Model

```
Call: msmFit(object = levelmod, k = 2, sw = c(T, T), p = 0)
```

```
      AIC      BIC  logLik
-1338.359 -1318.781  671.1794
```

Coefficients:

Regime 1

```
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) (S)  -0.0002    0.0027 -0.0741  0.9409
```

Residual standard error: 0.04945092

Multiple R-squared: 0

Standardized Residuals:

```
      Min      Q1      Med      Q3      Max
-0.1445826394 -0.0132741569  0.0005477057  0.0125289385  0.1338098819
```

Regime 2

```
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) (S)   0.0100    0.0022  4.5455 5.48e-06 ***
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 0.02327655

Multiple R-squared: 0

Standardized Residuals:

```
      Min      Q1      Med      Q3      Max
-0.0613199477 -0.0036651194 -0.0004622739  0.0053887512  0.0534673376
```

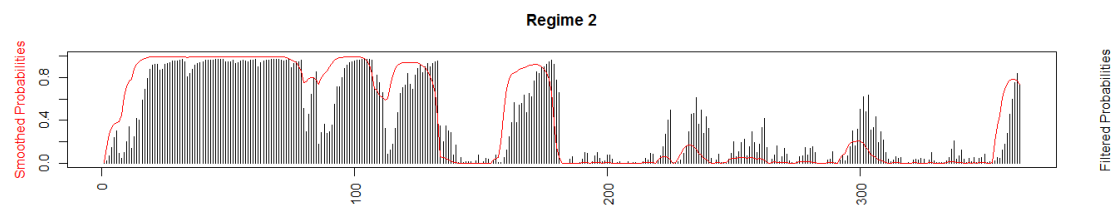
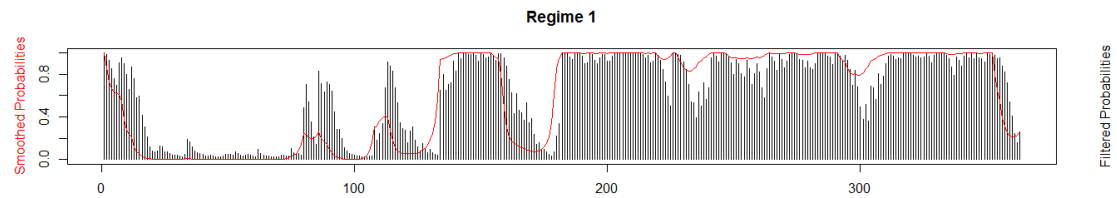
Transition probabilities:

```
      Regime 1  Regime 2
Regime 1 0.98271796 0.03032422
Regime 2 0.01728204 0.96967578
```

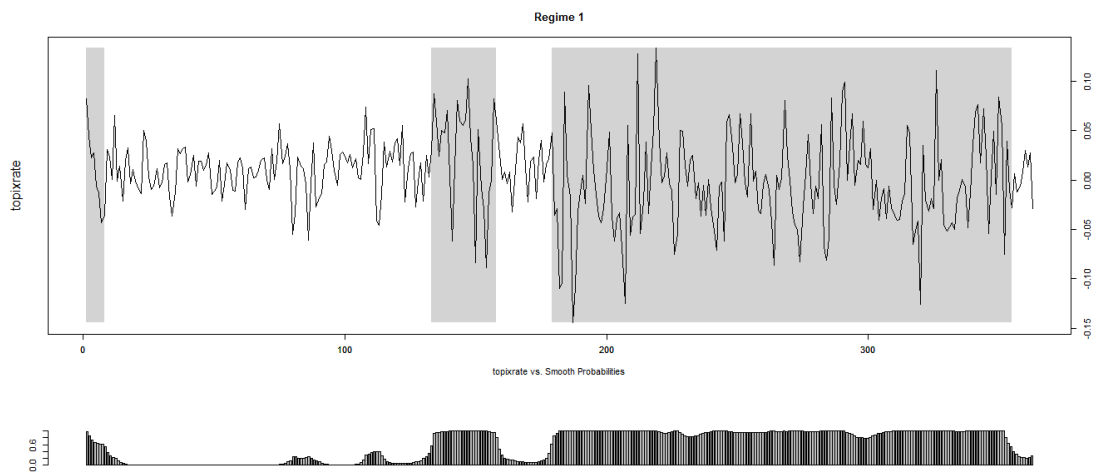
また各レジームにおける(推定値を使って計算した)事後確率を見るには

```
> plotProb(levelsmod, which=1)
```

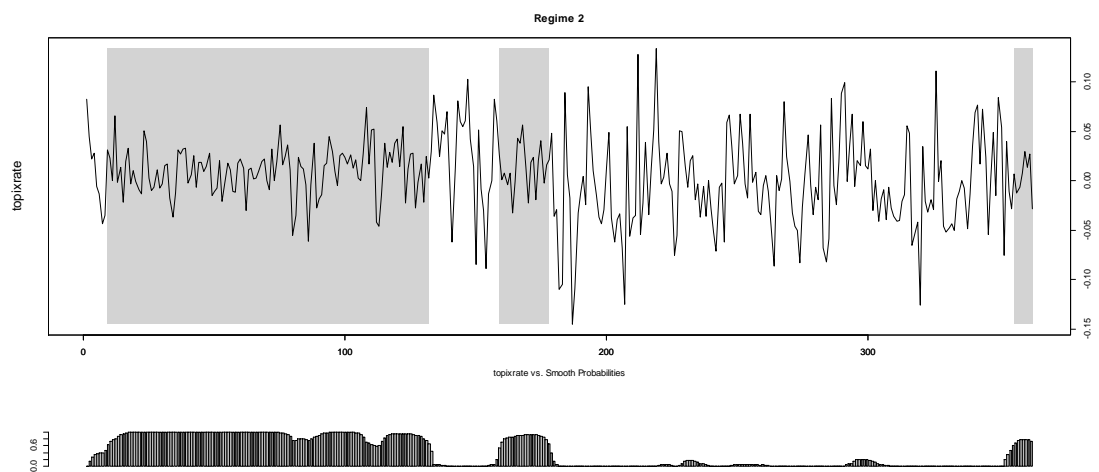
と入力する。



```
> plotProb(levelsmod, which=2)
```



```
> plotProb(levelsmod, which=3)
```



推定結果を出力するときに、特定の結果だけを出力することができる。例えばそれぞれのレジームの係数の推定値だけを見たい場合は

```
> levelswmod@Coef
      (Intercept)
1 -0.0002094549
2  0.0100432777
```

とすればよい。他にも @seCoef: 標準誤差, @std: 誤差項の分散 @transMat: 推移確率 などがある。

次に各レジームで AR(1) 過程に従うレジームスイッチングモデルを推定する。

$$\begin{aligned} \text{(レジーム 1)} \quad y_t &= c_1 + \phi_{11}y_{t-1} + \varepsilon_{1t}, \quad \varepsilon_{1t} \sim (0, \sigma_1^2) \\ \text{(レジーム 2)} \quad y_t &= c_2 + \phi_{12}y_{t-1} + \varepsilon_{2t}, \quad \varepsilon_{2t} \sim (0, \sigma_2^2) \end{aligned}$$

以下のように入力する。

```
> arlswmod = msmFit(levelmod, k=2, p=1, sw=c(T, T, T))
```

今回は定数項だけでなく AR(1) 係数も推定するため、各レジームの説明変数は 2 つとなるので c(T, T, T) とする。推定結果は以下ようになる。

```
> summary(arlswmod)
```

Markov Switching Model

```
Call: msmFit(object = levelmod, k = 2, sw = c(T, T, T), p = 1)
```

```
      AIC      BIC  logLik
-1368.113 -1328.98  688.0566
```

Coefficients:

Regime 1

```
-----
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) (S)   0.0073     0.0022  3.3182 0.000906 ***
topixrate_1 (S)   0.2500     0.0834  2.9976 0.002721 **
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 0.02358305

Multiple R-squared: 0.06724

Standardized Residuals:

```
      Min          Q1          Med          Q3          Max
-0.0663602417 -0.0030178714 -0.0003362371  0.0041333128  0.0579823185
```

Regime 2

```

                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) (S)  -0.0005    0.0031 -0.1613   0.8719
topixrate_1(S)   0.3056    0.0661  4.6233 3.777e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.04672219
Multiple R-squared:  0.09293

Standardized Residuals:
      Min       Q1       Med       Q3       Max
-0.1391334139 -0.0139923268  0.0002456087  0.0092886217  0.1389847533

Transition probabilities:
      Regime 1  Regime 2
Regime 1 0.98832632 0.01026591
Regime 2 0.01167368 0.98973409

```

さきほどと同様に `plotProb()` でレジームの確率をプロットしたものを見ることができる。

1.3 各レジームに外生変数を含んだモデルを推定する。

以下のモデルを推定する。

$$y_t = c_1 + \phi_1 y_{t-1} + \beta_1 x_t + \varepsilon_{1,t}, \quad \varepsilon_{1,t} \sim (0, \sigma_1^2)$$

$$y_t = c_2 + \phi_2 y_{t-1} + \beta_2 x_t + \varepsilon_{2,t}, \quad \varepsilon_{2,t} \sim (0, \sigma_2^2)$$

ここで y_t は先ほど同様 `topix` の変化率、 x_t は外生変数とする。

以下では外生変数 x_t として為替レートの変化率を用いる。

x_t を計算する

```
> x=diff(log(tpdata$exrate))
```

次に y_t を x_t (と定数項) に回帰する。

```
> temodel=lm(topixrate~x)
```

次にこの出力を用いて上記のレジームスイッチングモデルを推定する。

```
> tearlswmod=msmFit(temodel, k=2, p=1, sw=c(T, T, T, T))
```

ここで、各レジームでは、定数項、AR(1)項、外生変数、と3つの説明変数があるので、

`sw=c(T,T,T,T)` とすることに注意する。推定結果は

```
> summary(tearlswmod)
```

Markov Switching Model

```
Call: msmFit(object = temodel, k = 2, sw = c(T, T, T, T), p = 1)
```

```

      AIC      BIC   logLik
-1373.374 -1314.674  692.6869

```

Coefficients:

Regime 1

```

                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) (S)  -0.0013    0.0034 -0.3824  0.70216
x(S)            0.2964    0.1264  2.3449  0.01903 *
topixrate_1(S)  0.2998    0.0655  4.5771  4.715e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.04621919
Multiple R-squared: 0.1161

Standardized Residuals:
      Min       Q1       Med       Q3       Max
-0.1363420686 -0.0124951607  0.0002325005  0.0096719988  0.1288427598

Regime 2
-----
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) (S)   0.0068    0.0022  3.0909  0.001996 **
x(S)            0.1703    0.0900  1.8922  0.058464 .
topixrate_1(S)  0.2380    0.0819  2.9060  0.003661 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02332364
Multiple R-squared: 0.0909

Standardized Residuals:
      Min       Q1       Med       Q3       Max
-0.0638335459 -0.0032426372 -0.0003961618  0.0041588134  0.0579640324

Transition probabilities:
      Regime 1  Regime 2
Regime 1 0.98953039 0.01199095
Regime 2 0.01046961 0.98800905

```

となる。

練習問題

- (1) 上記 y_t について 各レジームで AR(2) モデルに従い、レジーム数が 2 のレジームスイッチングモデルを推定しなさい。
- (2) (1)のモデルにおいて各レジームで z_t : 鉱工業指数(tpdata の indprod)の対数階差による変化率を外生変数として加えてモデルを推定しなさい。