R による共和分分析†

1. 共和分分析を行う。

1.1 パッケージ “urca” インスツールする。

共和分分析をするために R のパッケージ urca をインスツールする。パッケージとは通常の R には含まれていない、追加的な R のコマンドの集まりのようなものである。R には追加的に 600 以上のパッケージが用意されており、それぞれ分析の目的に応じて標準の R にパッケージを追加していくことになる。

インターネットに接続してあるパソコンで R を起動させ、「パッケージ」→「パッケージのインストール . . . 」→「適当なミラーサイトを選ぶ」→「urca」→「OK」とクリックする。すると (いろいろとインストールの途中経過が表示されて) パッケージのインストールが自動的に終わる。(上記の作業は次回以降はやる必要はないが、以下の作業は R を起動するたびに毎回やる必要がある) 。次にインストールしたパッケージを使うためにコマンドウィンドウ (R Console) に

```
> library(urca)
```

と入力すると(library() 関数はインスツールしたパッケージを読み込むための関数)、再びコマンドウィンドウ上にいろいろと表示されパッケージ urca を使用できる様になる。

次に使用するデータを読み込む。今回は R にあらかじめ用意してある denmark というデータを使う。これは Johansen and Juselius(1990) で分析されたデンマークのデータである。このデータを読み込むには

```
> data(denmark)
```

とタイプする。このデータの最初の 5 行を見てみる。

```
> head(denmark,5)
```

(head(データ名, k) でデータの最初の k 行を見ることができる)

```
    ENTRY     LRM      LRY        LPY        IBO     IDE
1 1974:01 11.63255 5.903658 -0.6187359 0.1547356 0.0940
2 1974:02 11.60415 5.873820 -0.5807479 0.1779912 0.0955
3 1974:03 11.58152 5.837818 -0.5428478 0.1705647 0.0955
4 1974:04 11.60185 5.812255 -0.5046041 0.1522273 0.0955
5 1975:01 11.58630 5.803945 -0.4864585 0.1342276 0.0885
```

と出力される。今回使用するのは LRM, LRY, IBO, IDE の 4 つのデータのみでそれぞれ、LRM は実質貨幣需要(M2)の対数値、LRY は実質所得の対数値、IBO は債権利子率、IDE は銀行預金利子率である。また

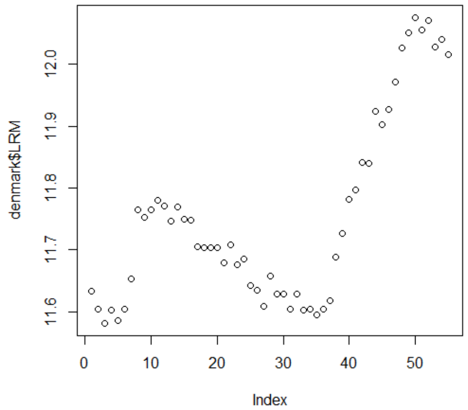
```
> summary(denmark)
```

† この資料は私のゼミおよび講義で R の使用法を説明するために作成した資料です。ホームページ上で公開しており、自由に参照して頂いて構いません。ただし、内容について、一応検証してありますが、間違いがあるかもしれません。間違いがあった場合でもそれによって生じるいかなる損害、不利益について責任は負いかねますのでご了承ください。

とすればデータの標準的な記述統計量が出力される。それぞれのデータをプロットしてみよう。
LRM をプロットするには

```
> plot(denmark$LRM)
```

と入力する。以下の図がプロットされる(折れ線にするには plot(denmark$LRM,type="l") とする)。



以下同様に LRY, IBO, IDE についてもプロットしてみる。

これらのデータは I(1)過程である可能性があるので ADF 検定をしてみる。urca パッケージの ur.df() 関数を用いる(これらについては別の資料を参照)。

```
> adftest=ur.df(denmark$LRM,type=c("drift"), lags=3)
```

とすると(ADF 検定においてラグを 3 とした)、

```
> summary(adftest)

###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression drift

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + z.diff.lag)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.045526 -0.022074 -0.004752  0.015282  0.090355

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.36628    0.38961   0.940  0.35206
z.lag.1     -0.03081    0.03320  -0.928  0.35837
z.diff.lag1  0.07889    0.14432   0.547  0.58726
z.diff.lag2  0.46553    0.13491   3.451  0.00121 **
z.diff.lag3 -0.06247    0.15583  -0.401  0.69037
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.03092 on 46 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2126,    Adjusted R-squared:  0.1441
F-statistic: 3.105 on 4 and 46 DF,  p-value: 0.02414


Value of test-statistic is: -0.9278 0.9711

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.51 -2.89 -2.58
phi1  6.70  4.71  3.86
```

と出力される。`Value of test-statistics is` の最初の値が ADF t 検定の値、臨界値は `tau2` のところに出力されている。10%の値が −2.58 なので、単位根が棄却できないことがわかる。同様に LRY, IBO, IDE についても ADF 検定を行うと、いずれの場合も単位根が棄却できない。よってこの 4 つはすべて I(1)変数だと考えられる。

1.2. Engel-Granger 検定 (Phillips-Ouliaris 検定)

ここでは、上記のデータに対して、以下の貨幣需要関数が安定的に成り立つかどうかに関心があるとする。

$$LRM_t = f(\ LRY_t\ , IBO_t\ , IDE_t\ , \varepsilon_t) = \alpha + \beta_1\ LRY_t + \beta_2\ IBO_t + \beta_3\ IDE_t + \varepsilon_t\ ,$$

ここで LRY_t は LRY の t 時点での値である。IBO_t , IDE_t も同様に定義する。また ε_t は観測できない誤差項である。Engel – Granger (1987) は共和分関係の検定として、線形回帰式の残差に ADF 検定を用いることを提案し、これは Engle – Granger 検定と呼ばれる（Engel – Granger は非常に制約の強いモデルを想定したのに対して、Phillips and Ouliaris (1990) が一般の回帰式に一般化したので、これは Phillips – Ouliaris 検定とも呼ばれる。ただし Phillips – Ouliaris は他の検定方法も考えているので、それとの混同に注意する。下記参照）。

まず上記の線形回帰式の残差を計算する。これは `lm()` 関数を用いる

```
> mdf=lm(LRM~LRY+IBO+IDE,denmark)
```

推定結果は summary()関数を用いて

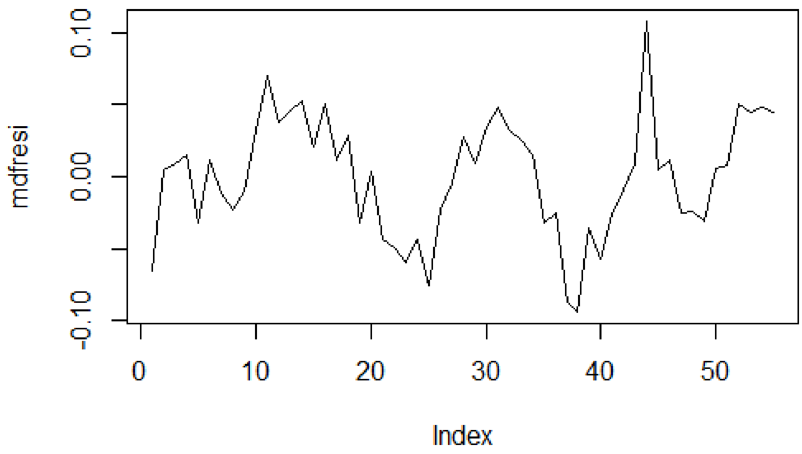
```
> summary(mdf)
```

によって確認できる。次に残差を計算する

```
> mdfresi=resid(mdf)
```

残差をプロットすると以下のようになる。

```
> plot(mdfresi,type="l")
```



（プロットを見た感じだと定常過程に見える）。

次に ADF t 検定を行う。

```
> unitrootTest(mdfresi,type="c",lags=3)

Title:
 Augmented Dickey-Fuller Test

Test Results:
  PARAMETER:
    Lag Order: 3
  STATISTIC:
    DF: -3.275
  P VALUE:
    t: 0.02102
    n: 0.613
```

これより、残差を用いた ADF t 検定の値は–3.275 であることがわかる。ただしこれは通常の ADF t 検定の分布には従わない。スライドの分布表より（Case 1 の g =3 に相当）、この場合有意水準 1%, 5%, 10% の臨界値はそれぞれ – 4.73, –4.11, –3.83 である。これらの値より小さければそれぞれの有意水準で「共和分がない」という帰無仮説を棄却することになる。上記の結果より、共和分関係がないという帰無仮説は棄却されないことがわかる。

また 共和分関係の検定として Phillips and Ouliaris (1990) が提案した Engel – Granger 検定以外の検定も urca パッケージの `ca.po()` 関数を用いて検定することができる（ Phillips and Ouliaris (1990) の $\hat{P}_u$ と $\hat{P}_z$ を用いた検定。詳しくは原論文を参照）。この検定を行うには、まず上記の 4 つの系列のデータを denmark のデータから抜き取る。

```
> x=denmark[,c("LRM","LRY","IBO","IDE")]
> head(x,5)

        LRM      LRY       IBO    IDE
 1 11.63255 5.903658 0.1547356 0.0940
```

```
  2 11.60415 5.873820 0.1779912 0.0955
  3 11.58152 5.837818 0.1705647 0.0955
  4 11.60185 5.812255 0.1522273 0.0955
  5 11.58630 5.803945 0.1342276 0.0885
```

被説明変数（ここでは LRM）が一番左に来るようにする。この x に対して $\hat{P}_u$ 検定を行うには

```
 > putest = ca.po(x, demean="const",type="Pu")
```

とする。ここで demean は共和分の回帰式に定数項が入っている場合は "const" をない場合は "none" を トレンド項を入れた場合は "trend" とする。type は "Pu" か "Pz" とする（何も入力しなければ自動的に Pu 検定になる）。検定結果は

```
 > summary(putest)
```

で見ることができる。出力の下の方を見ると

```
 …
 Value of test-statistic is: 8.1584

 Critical values of Pu are:
                      10pct    5pct    1pct
 critical values 39.6949 46.7281 63.4128
```

とある。これは検定統計量の値が 8.1584 で、その臨界値が有意水準 10%, 5%, 1% でそれぞれ 39.6949, 46.7281, 63.4126 であることがわかる（この値より大きければ棄却）。Engle-Granger 検定の時と同様、共和分がないという帰無仮説は棄却されない。同様に Pz 検定を行うと

```
 > pztest=ca.po(x,demean="const",type="Pz")
 …
 Value of test-statistic is: 62.3965

 Critical values of Pz are:
                       10pct      5pct     1pct
 critical values 120.3035 132.2207 153.4504
```

となり、やはり共和分なしの帰無仮説は棄却されない。

1.3. トレース検定と最大固有値検定

ここではデンマークのデータに対して、トレース検定と最大固有値検定を行う。urca パッケージの ca.jo()関数を用いる。先ほどの 4 つの変数をまとめた行列 x に対して、トレース検定は

```
 > trtest=ca.jo(x, ecdet="const", type=”trace”,K=2)
```

によって行う。ここで ecdet は共和分関係に定数項が入っている (“const”), 入っていない (“none”)、トレンドが入っている (“trend”) かを指定し、K はこれら 4 変数 VAR のラグ数、type はトレース検定 (“trace”) か 最大固有値検定 (“eigen”) かを設定する。結果は

```
> summary(trtest)
```

によって出力され、以下のようになる（青字が検定結果、緑字が共和分ベクトルの推定値）。

```
######################
# Johansen-Procedure #
######################

Test type: trace statistic, without linear trend and constant in
cointegration

Eigenvalues (lambda):
[1]  4.696767e-01  1.742411e-01  1.180826e-01  4.224854e-02 -6.208541e-16

Values of test statistic and critical values of test:

          test 10pct  5pct  1pct
r <= 3 |  2.29  7.52  9.24 12.97
r <= 2 |  8.95 17.85 19.96 24.60
r <= 1 | 19.09 32.00 34.91 41.07
r = 0  | 52.71 49.65 53.12 60.16

Eigenvectors, normalised to first column:
(These are the cointegration relations)

            LRM.l1     LRY.l1    IBO.l1      IDE.l1   constant
LRM.l1    1.0000000  1.0000000  1.000000   1.0000000  1.0000000
LRY.l1   -0.9691164 -1.3759873 -2.259218  -0.1438558 -0.4095683
IBO.l1    5.4027719 -0.3351646  1.640803 -11.7073710  2.3548120
IDE.l1   -4.1403255  9.0058943 -3.719279   7.5375133 -1.1374017
constant -6.4780511 -4.3297635  1.786142 -10.2593484 -9.5375812
```

…（以下略）

結果を見ると、共和分ベクトルが多くても 0 という帰無仮説が 5% 有意水準絵棄却できない。よって共和分がないと考えられる。

次に最大固有値検定を行う。以下のように入力し、summary()で結果を見る。

```
> eigentest=ca.jo(x,ecdet="const",type="eigen",K=2)

> summary(eigentest)

######################
# Johansen-Procedure #
######################

Test type: maximal eigenvalue statistic (lambda max) , without linear trend and
constant in cointegration

Eigenvalues (lambda):
[1]  4.696767e-01  1.742411e-01  1.180826e-01  4.224854e-02 -6.208541e-16
```

```
Values of test statistic and critical values of test:

          test 10pct  5pct  1pct
r <= 3 |  2.29  7.52  9.24 12.97
r <= 2 |  6.66 13.75 15.67 20.20
r <= 1 | 10.15 19.77 22.00 26.81
r = 0  | 33.62 25.56 28.14 33.24
```
… (以下は trace 検定の出力と同じ)

最大固有値検定によると「共和分関係が多くても 0」という帰無仮説は「共和分関係が 1 つ」という対立仮説に対して棄却され、「共和分関係が多くとも 1 つ」という帰無仮説は「共和分関係が 2 つ」という対立仮説に対して、棄却されない。よってこの結果からは共和分関係が 1 つ存在することになる。

練習問題

教科書の問題 6.5 を解きなさい。

参考文献

Engel, R.F., and Granger, C. W. J. (1987) "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing," ***Econometrica***, 55(2), 251-276.

Johansen, S., and Juselius, K. (1990) "Maximum likelihood estimation and inference on cointegration – with applications to the demand for money," ***Oxford Bulletin of Economics and Statistics***, 52(2), 169-210.

Phillips, P.C.B., and Ouliaris, S. (1990) "Asymptotic Properties of Residual Base Tests for Cointegration," ***Econometrica***, 58(1). 165-193.