

月と地球の共通重心を求める

慶應義塾高等学校 3年 卒業研究 (天文)

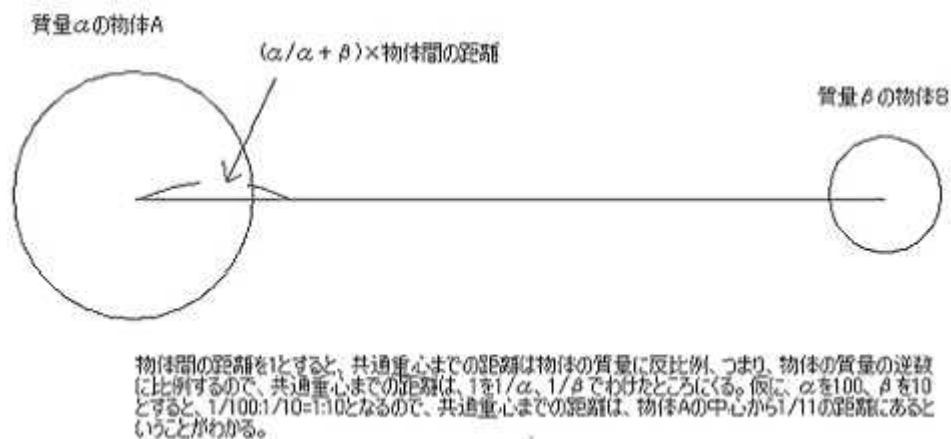
T.K

概要

本研究では、観測によって地球-月間の距離、月の質量、地球の質量を求め、月の回転の中心の場所を求めた。その結果、地表から約 7421km のところに共通重心があることがわかった。

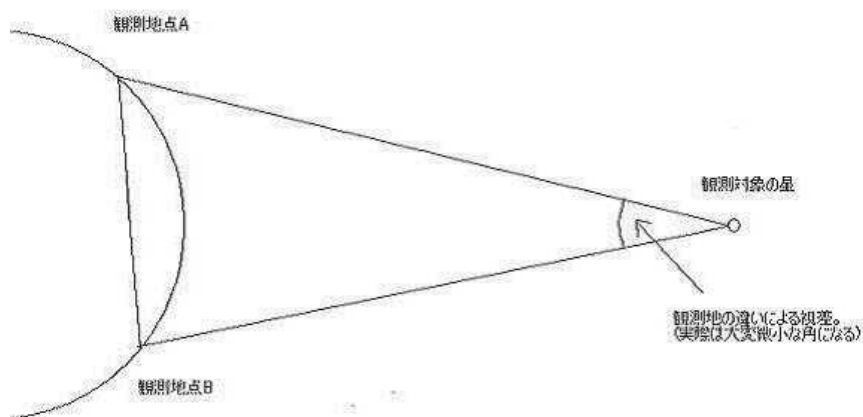
イントロダクション

地球は太陽を中心に回っている。また、月は地球を中心に回っている。しかし、実際のところ地球の回転の中心は太陽の中心となっているのか、また、月の回転の中心は地球の中心となっているのか。実際のところ、太陽が地球を引っ張るように地球も太陽を引っ張り、地球が月を引っ張るように月も地球を引っ張っている。そのため、月の回転の中心は地球の中心からずれている。太陽と地球の場合では太陽と地球の質量差が大変大きいためずれはほんの僅かになっている。それに比べて地球と月の質量差はあまり大きくない。そのため、月の回転の中心は地球の中心から僅かではないずれを生じさせている。そのずれを考慮した月の回転の中心、つまり地球と月の共通重心を求めることを、本研究では取り組んだ。月と地球の共通重心を求めるためには、地球-月間の距離、地球と月の質量を知る必要がある。

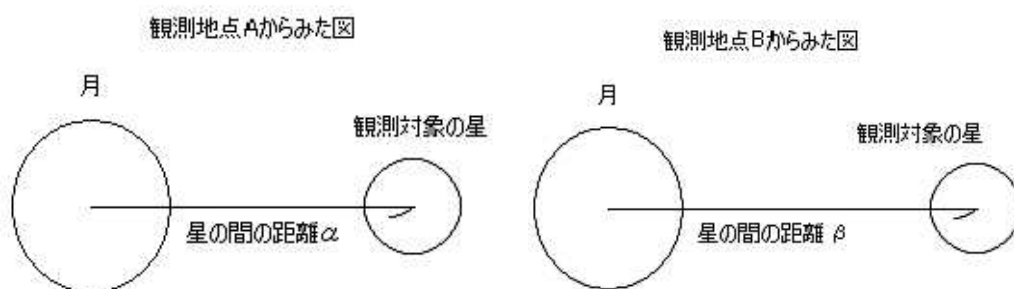


地球と天体との距離を求める方法のひとつとして、視差をもちいる方法がある。地球上の異なる2地点から月とその横を通る星を観測すると、見た場所によって星の位置がずれる。中心角が微小な二等辺三角形の場合、底辺の長さは扇形の弧の長さに等しいとみなすことができるので、ずれを観測することにより、扇形の中心角を求め、そこから地球と月の距離を求めることができる。

この図の場合では、観測地点Aから見た月と星の間の距離と観測地点Bから見た星の間の距離の長さの違いから扇形の中心角の角度をもとめる。更に、観測地点A-観測地点B間の距離を求めることによって三角関数の利用から観測地点から観測対象の星までの距離を求めることができる。



この図で示されているように、観測対象の星までの距離が大変遠い場合には、地球上の距離程度離れた場所から見ても、星の場所が動いて見えない。そのため、観測対象の星よりも近い月などを基準にして観測することにより、視差を利用する。



地球の質量については、計算によって求めることが可能である。重力加速度 $g=9.8$ 、重力定数 $G=6.672 \times 10^{-11}$ 、地球の半径は $6371000[m]$ なので、万有引力の式から、 $5.961 \times 10^{24}[kg]$ と、地球の質量が求まる。

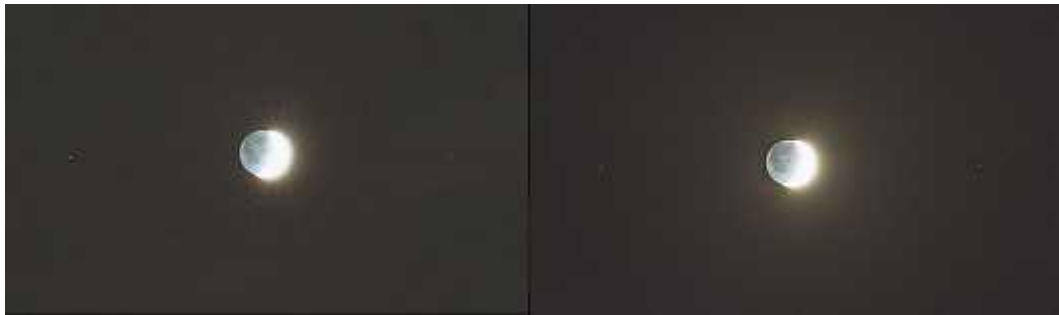
月の質量については、観測によって求めることが困難である。通常、月の質量を求める際には月の周りを回る人工衛星の飛び方から月の質量を測定している。今回の研究では、月の密度をわかっているものとして月の視直径から月の半径を求め、質量を算出した。

観測

今回の観測で地球と月の距離を求めるために視差を利用した。視差を求めるために熊本のインターネット天文台を利用させていただき、東京と熊本から2点同時観測を行った。

観測にあたって、海上保安庁海洋情報部(<http://www1.kaiho.mlit.go.jp>) の星食予報を利用して予定を立てた。8月25日に、星食を観測するという第一回の観測計画を立てたが、台風13号の接近により、観測は中止になった。また、8月30日にも第二回の観測計画を立てたが、天候不順のためこの観測も中止になった。10月24日に第三回の観測計画を立て、画像を撮影した。しかし、熊本のインターネット天文台を用いた観測には星は写らず、東京で観測したデータに関しても星がうつっていると思われる部分がなく、観測は失敗に終わった。再び、11月9日、12月15日に観測計画を立てたが、熊本県の天候不順により熊本のインターネット天文台を利用することができなかつたため、観測は中止になった。

そこで、月と地球の距離を求めるための手段のひとつとして、“飛び出す月 Coming Moon 計画 地平視差を用いた月の立体視観測”という観測のデータを利用させて頂くことにした。Coming Moon 計画とは、月とともに他の星を撮影し、北を上にするることによって交差法と呼ばれる左目で右の画像を、右目で左の画像を見る方法で見ると月が他の星より飛び出して見えることを利用して、月を立体的に観測するという計画である。この計画では岡山県と群馬県から観測をし、月が飛び出すように見える画像の撮影に成功しているため、そのデータを利用した。



群馬で撮影された画像(左)と岡山大で撮影された画像(右)
撮影日：1999年12月13日 18時35分(同時撮影)

解析

データの解析は、以下の手順で行った。

[手順]

岡山県と群馬県で撮影された画像を画像処理ソフト「マカリ」で月を基準に重ね合わせる(このとき、解析をより正確にするため、画像を暗くする処理を行う)。月を基準に重ね合わせると、群馬と岡山大で撮影した画像では周辺に写った星の位置にずれが生じている。このずれは、地球-月間の距離が恒星までの距離に比べてはるかに近いことで生じるので、このずれから逆に距離を知ることが出来る。画像には5つの星が撮影されているため、それぞれについて解析をする。左から順に ~ までの番号をふり、ひとつずつ解析した。

[手順]

星のペアが、どの程度離れているかを測る。測定の結果、例えば一番左の星のペアの間の距離を角度で表すと0.057度となった。

[手順]

太陽から見た岡山県と群馬県の直線距離(基線長)を求める。群馬県と岡山県の直線距離を求めるために、地球の画像を見ることができる LIVINGEARTH というホームページ『<http://www.fourmilab.to/cgi-bin/Earth>』を利用して、基線長 = 478.8(km)とわかった。

[手順]

扇形の半径を D とすると、 $d = \theta \times D$ と表すことが出来る。この場合、d は群馬県-岡山県の距離であり、D は地球-月間の距離である。地球-月間の距離を求めるには、 $D = d / \theta$ の式に代入すればよい。ここで、 $d = 478.8(\text{km})$ 、 $\theta = 9.948 \times 10^{-4}(\text{rad})$ なので、 $D = 481302(\text{km})$ となった。

以上の手順 ~ の作業を全ての星に対して行った結果、以下のように求まった。

	星①	星②	星③	星④	星⑤	星⑥	①~⑥の平均
星間の距離	481302km	473123km	527561km	473123km	473123km	507741km	489329km

地球-月間の距離がわかったので、月の半径が角度で 0.27° であることを利用すると、 $\tan 0.27 \times 489329 = 2178\text{km}$ 、よって月の直径は 4611km であるということがわかった。また、月の密度は $3.34 \times 10^3(\text{kg}/\text{m}^3)$ であるということを利用すると、月の質量がもとまり、 $(3.34 \times 10^3) \times (5.13 \times 10^{19}) = 1.71 \times 10^{23}(\text{kg})$ となった。

ここまでの解析で、地球、及び月の質量、地球-月間の距離が全てもとまったので、これを下記の式に代入すると、共通重心が求まる。

$$X = \frac{y_1}{y_1 + y_2} \times z$$

x : 地球の中心から月と地球の共通重心までの距離[m]

y_1 : 月の質量

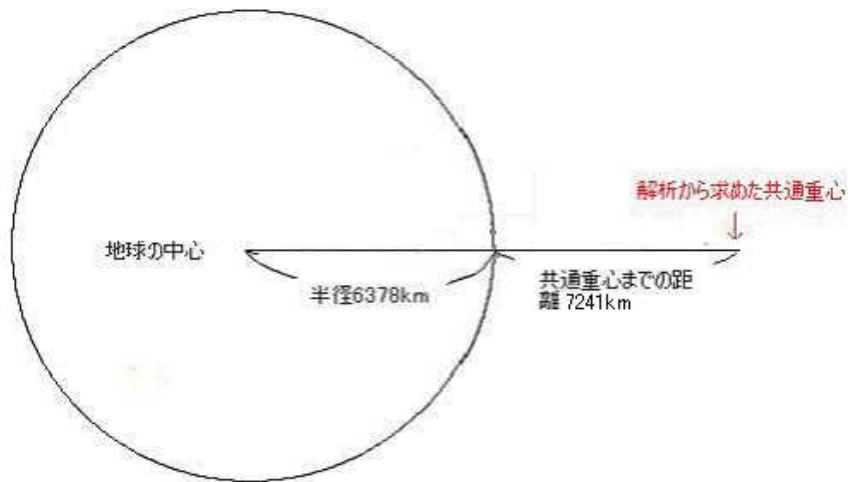
y_2 : 地球の質量

z : 月と地球の距離[m]

解析によって得られた地球-月間の距離は、地表からの距離である。この距離は、月食が起きている時の映像を利用して求めたため、共通重心を計算するための数値には、地球の半径を足さなくてはならない。よって、 $Z = 489329 + 6371 = 495700(\text{km})$

$$X = \{1.71 \times 10^{23} \div (1.71 \times 10^{23} + 5.975 \times 10^{24})\} \times 495700000 \quad \text{これをとくと}$$

$13791848(\text{m}) = 13791.848 \quad 13792(\text{km})$ となった。地球の平均半径は、 6371km なので、地球と月の共通重心は地球の表面から約 7421km の地点ということになった。



解析によって得られた値とは別に、実際の値を用いて共通重心を求めてみる。

実際の地球の質量： 5.975×10^{24} [kg]

実際の月の質量： 7.35×10^{22} [kg]

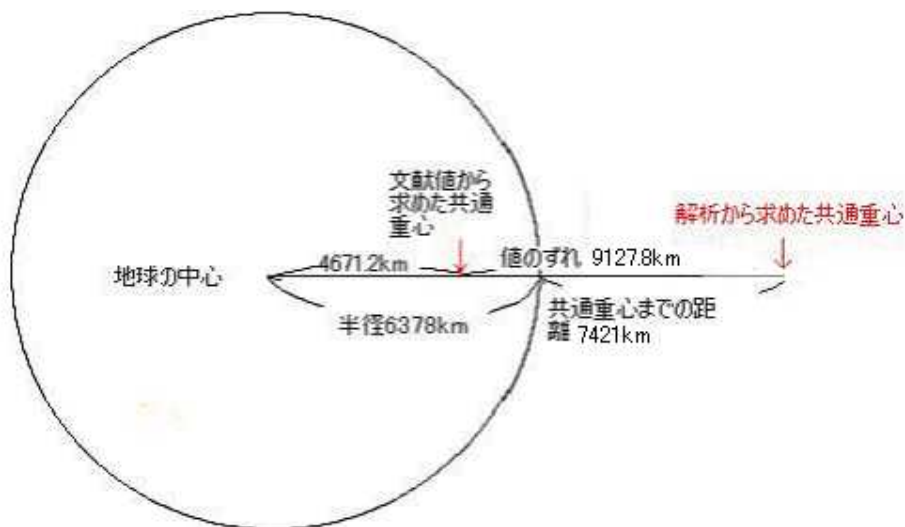
実際の地球-月間の距離 384401 [km]

この値を、解析の際と同様に

$$X = \frac{y_1}{y_1 + y_2} \times z$$

の式に代入すると、 $X = \{7.35 \times 10^{22} / (7.35 \times 10^{22} + 5.975 \times 10^{24})\} \times 384401 = 4671.2$ (km)となる。地球の半径が6378kmであることから、共通重心の位置が、地球の内部1706.8kmのところにあるということがわかった。

解析から求めた共通重心の位置と文献値から求めた共通重心の位置を比較すると、以下の図のようになる。



ずれが生じてしまった原因として考えられるのは、解析に利用した画像の月が実際より膨れて写ってしまっている可能性があること、また解析の際に測定に誤差が生じたことが

考えられる。ここで誤差が生じたことにより、地球-月間の距離に誤差が生じ、この長さを
用いて計算した月の質量にも誤差が生じたと考えられる。地球-月間、月の質量共に実際の
値よりも大きくなってしまったため、共通重心を求める際、大きい値に更に大きい値をか
けたことにより、最終的な誤差が大きくなってしまったと考えられる。

結論

Coming Moon プロジェクトの画像を使って月までの距離を求め、共通重心を計算した結
果、地表から約 7421km という値が得られた。これは、既知の観測値から求めた、地表から
内部に向かって約 1707km という値と約 9000km ずれている。この原因は、月の大きさの見
積もり誤差や、星のずれの測定誤差によって生じたものだと考えられる。

謝辞

今回の研究を進めるにあたり、インターネット天文台を使用するために熊本大学教育学
部の佐藤毅彦先生にご協力して頂きました。この場をかりてお礼申し上げます。

参考文献

- 海上保安庁海洋情報部 <http://www1.kaiho.mlit.go.jp>
- The moon age Calendar <http://www.moonsystem.to/>
- Earth and Moon viewer <http://www.fourmilab.to/earthview/vplanet.html>
- インターネット天文台 <http://rika.educ.kumamoto-u.ac.jp/ASOB-i/>
- ComingMoon <http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/handa/ComingMoon/THpaper.html>
- フリー百科事典ウィキペディア <http://ja.wikipedia.org/wiki>